

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 恭 班 座號： 20 號 姓名： 黃郁琇

題號： 6-4 頁碼/總頁數： \_\_\_\_\_ (如果一題只有一頁，可不填)  
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\begin{cases} x^5 = y + y^5 \\ y^5 = z + z^5 \\ z^5 = w + w^5 \\ w^5 = x + x^5 \end{cases}$$

四式相乘

$$x^5 y^5 z^5 w^5 = x y z w (x^4 + 1)(y^4 + 1)(z^4 + 1)(w^4 + 1)$$

1) 若  $x, y, z, w$  有 1 個為 0

$$\text{設 } x=0 \text{ 則 } 0 = y(y^4 + 1) \quad \because y^4 + 1 > 0$$

$\therefore y$  必等於 0

$$\text{同理, } x = y = z = w = 0$$

2) 若  $x, y, z, w$  皆不等於 0

$$x^4 y^4 z^4 w^4 = (x^4 + 1)(y^4 + 1)(z^4 + 1)(w^4 + 1)$$

$$\text{已知 } x^4 + 1 > x^4, y^4 + 1 > y^4, z^4 + 1 > z^4, w^4 + 1 > w^4 > 0$$

此方程式無實數解，右式必大於左式

$$A: x = y = z = w = 0$$