

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年 溫 班 座號：6.26 號 姓名：吳曼婷、劉孟輝

題號：5-2 頁碼/總頁數：_____ (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

假設 $F_n = 2^{\binom{2^n}{2}} = k^3$, 其中 k 為正整數

$$\Rightarrow 2^{\binom{2^n}{2}} = k^3 - 1 = (k-1)(k^2+k+1)$$

其中 $k^2+k+1 = k(k+1)+1 \Rightarrow k^2+k+1$ 為不等於 1 的奇數

又 $2^{\binom{2^n}{2}}$ 的因數均是 2 的次方項

即 k^2+k+1 不可能為 $2^{\binom{2^n}{2}}$ 的因數

故假設 $F_n = 2^{\binom{2^n}{2}} + 1 = k^3$ 不成立

故 F_n 不可能是完全立方數

10