

# 北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年溫班 座號：6.26號 姓名：吳婷、劉孟璋

題號：4-5 頁碼/總頁數：         (如果一題只有一頁，可不填)  
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

一、設  $m=2p$  or  $2p+1$   
 $n=2q$  or  $2q+1$ ,  $p, q \in \mathbb{Z} \Rightarrow m^2=4p^2$  or  $4p^2+4p+1$   
 $n^2=4q^2$  or  $4q^2+4q+1$

故  $m^2+n^2$  之可能情形僅  $4k, 4k+1, 4k+2$

若  $\langle a_n \rangle$  數列每一項都不能表示成  $m^2+n^2$  形式，即  $\langle a_n \rangle$  為  $4k+3$

二、同上方法

$m=3p$  or  $3p+1$  or  $3p+2$   
 $n=3q$  or  $3q+1$  or  $3q+2$ ,  $p, q \in \mathbb{Z} \Rightarrow m^3=27p^3$  or  $27p^3+27p^2+9p+1$  or  $27p^3+54p^2+36p+8$   
 $n^3=27q^3$  or  $27q^3+27q^2+9q+1$  or  $27q^3+54q^2+36q+8$

故  $m^3+n^3$  之可能情形僅  $9k, 9k+1, 9k+2, 9k+7, 9k+8$

若  $\langle a_n \rangle$  為  $9k+3, 9k+4, 9k+5, 9k+6$

三、在同時滿足一、二兩條件下，

則  $\langle a_n \rangle$  為  $36k+3, 36k+15, 36k+23, 36k+31$

即此等差數列為首項為  $3+36k$  or  $15+36k$  or  $23+36k$  or  $31+36k$

其中  $k \geq 0$  且  $k \in \mathbb{Z}$ ，公差為  $36$  or 正整數倍

可