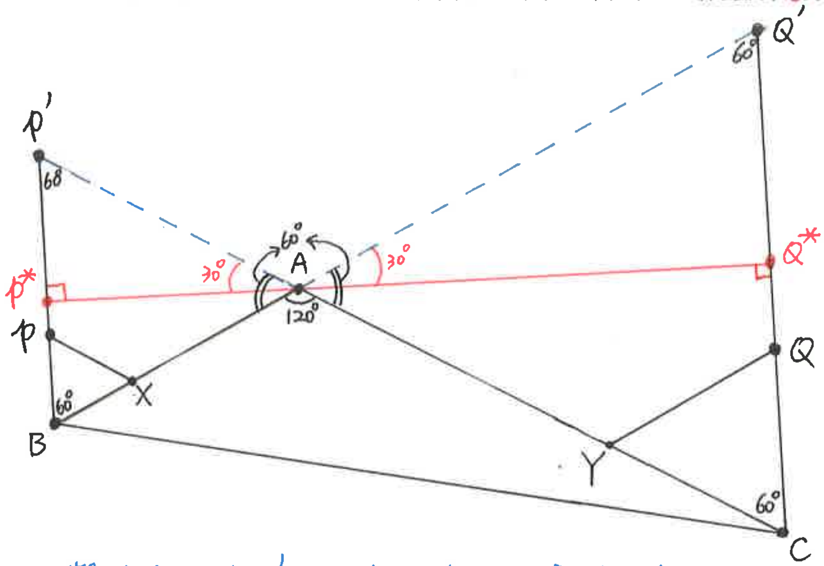
北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：三 年 誠 班　座號：39 號　姓名：譚書旻

10

題號：4-4　　頁碼／總頁數：________（如果一題只有一頁，可不填）

（請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。）



如圖，延伸 $\overline{AC}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 交於 P'，延伸 $\overline{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{QC}$ 交於 Q'

則 P 為 $\overleftrightarrow{P'B}$ 上之動點，Q 為 $\overline{Q'C}$ 上之動點

$\because (\angle P'BX + \angle ABC) + (\angle ACB + \angle Q'CY) = \angle P'BX + \angle Q'CY + (\angle ABC + \angle ACB) = 60^\circ + 60^\circ + (180^\circ - 120^\circ) = 180^\circ$

$\therefore \overline{P'B} \parallel \overline{Q'C}$（同側內角互補）

則 $\overline{PQ}$ 之最小值即兩平行線 $\overleftrightarrow{P'B}$ 到 $\overleftrightarrow{Q'C}$ 之距離

過 A 作 $\overleftrightarrow{P'B}$ 與 $\overleftrightarrow{Q'C}$ 之公垂線分別交於 P^*、Q^*

$\overline{P^*Q^*}$ 即 $\overleftrightarrow{P'B}$ 到 $\overleftrightarrow{Q'C}$ 的距離，又 $\triangle AP'B$、$\triangle AQ'C$ 為正三角形

故 $\overline{AP'} = \overline{AB}$，$\overline{AQ'} = \overline{AC}$，則 $\overline{P^*Q^*} = \overline{P^*A} + \overline{AQ^*} = \overline{AP'}\sin 60^\circ + \overline{AQ'}\sin 60^\circ$

$= \overline{AB}\sin 60^\circ + \overline{AC}\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$

$= \overline{PQ}$ 之最小值

$\Rightarrow \overline{PQ} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$

得證#