

北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 二 年 儉 班 座號： 33 號 姓名： 鄧晴學 ⊗

題號： 4-3 頁碼/總頁數： _____ (如果一題只有一頁，可不填)
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

設 $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $a_n \in \mathbb{Z}$

當 $n=2k$

$$f(2019) - f(-2019) = 2[a_{2k-1}(2019)^{2k-1} + a_{2k-3}(2019)^{2k-3} + \dots + a_1(2019)] > 0$$

$$\therefore a_n \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \underline{a_{2k-1}(2019)^{2k-1} + a_{2k-3}(2019)^{2k-3} + \dots + a_1(2019) \geq 2019}$$

↳ 以下證明以 A 稱之

$$\therefore f(2019) < 2019$$

$$a_{2k}(2019)^{2k} + a_{2k-2}(2019)^{2k-2} + \dots + a_0 < 2019 - A$$

$$\therefore f(-2019) = [a_{2k}(2019)^{2k} + a_{2k-2}(2019)^{2k-2} + \dots + a_0] - A < 2019 - 2A < -2019$$

當 $n=2k+1$

$$f(2019) - f(-2019) = 2[a_{2k+1}(2019)^{2k+1} + a_{2k-1}(2019)^{2k-1} + \dots + a_1(2019)] > 0$$

$$\therefore a_n \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \underline{a_{2k+1}(2019)^{2k+1} + a_{2k-1}(2019)^{2k-1} + \dots + a_1(2019) \geq 2019}$$

↳ 以下證明以 B 稱之

$$\therefore f(2019) < 2019$$

$$a_{2k}(2019)^{2k} + a_{2k-2}(2019)^{2k-2} + \dots + a_2(2019)^2 + a_0 < 2019 - B$$

$$\therefore f(-2019) = -B + [a_{2k}(2019)^{2k} + a_{2k-2}(2019)^{2k-2} + \dots + a_0] < 2019 - 2B < -2019$$