

# 北一女中 107 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年溫班 座號：6.26號 姓名：吳曼婷、劉孟璋

題號：4-3

頁碼/總頁數：         (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

一、設  $f(x) = (A_n x^{2n} + A_{n-1} x^{2(n-1)} + \dots + A_1 x^2 + A_0) + (B_m x^{2m+1} + B_{m-1} x^{2(m-1)+1} + \dots + B_0 x)$

其中  $A_n x^{2n} + A_{n-1} x^{2(n-1)} + \dots + A_1 x^2 + A_0$  是  $f(x)$  所有偶次方項之加總，設為  $A(x)$

$$B_m x^{2m+1} + B_{m-1} x^{2(m-1)+1} + \dots + B_0 x = x(B_m x^{2m} + B_{m-1} x^{2(m-1)} + \dots + B_0)$$

是所有奇次方項之加總，設為  $x \cdot B(x)$

所以  $f(x) = A(x) + x \cdot B(x)$ ， $A(x)$ 、 $B(x)$  皆為偶次方項多項式

因此  $A(2019) = A(-2019)$ ， $B(2019) = B(-2019)$

且  $f(x)$  為整係數多項式， $A(2019)$ 、 $B(2019)$  的值皆為整數

二、 $\because f(-2019) < f(2019) \Rightarrow A(-2019) - 2019 \times B(2019) < A(2019) + 2019 \times B(2019)$

$\because A(-2019) = A(2019) \Rightarrow B(2019) > 0$ ，且最小值為 1

$\because f(2019) < 2019$ ，即  $A(2019) + 2019 \times B(2019) < 2019$

$\because B(2019)$  最小值為 1，則  $A(2019) < 0$

三、 $f(-2019) = A(-2019) - 2019 \times B(2019) = A(2019) - 2019 \times B(2019)$

$\because A(2019) < 0$ ， $B(2019)$  最小值為 1，

則  $A(2019) - 2019 \times B(2019) < -2019$

即  $f(-2019) < -2019$ ，得證