

北一女中 108 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別：一年 蒸 班 座號：8 號 姓名：杜穎謙

題號：2-6 頁碼/總頁數：_____ (如果一題只有一頁，可不填)

(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

① $n \in \mathbb{N}$ 且 ≤ 2019 時

會被翻到的為 $\frac{n(n+1)}{2} \div 2019$ 的餘數

若 $n=x$ 時被翻到了，則在 $n=(2019-(x+1))$ 時會再被翻一次

$$\text{pf: } \left| \frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2019-(x+1))(2019-x)}{2} \right| = \frac{1}{2} \left| x(x+1) - 2019^2 + 2019x + 2019(x+1) - x(x+1) \right|$$

$$= \frac{2019}{2} |2x+1 - 2019|$$

此數必為 0 或 2019 的倍數

∴ 每個數皆會被翻到偶數次 (或 0 次) 除了在 $x=[2019-(x+1)]$ 時被翻到奇數次

② 在 $n=2018, 2019$ 時

∴ $\frac{2018 \cdot (2018+1)}{2}$ 和 $\frac{2019 \cdot (2019+1)}{2}$ 皆為 2019 的倍數，∴ 皆翻到 2019 號

⇒ 2019 被翻 2 次

⇒ 依然只有 $x=[2019-(x+1)]$ 時被翻到奇數次

$$x = 2019 - x - 1 \quad 2x = 2018 \quad x = 1009$$

$$\frac{1009 \cdot 1010}{2} \div 2019 = 252 \dots 757$$

A: 編號 757