

北一女中 108 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 恭 班 座號： 26 號 姓名： 鄭淳芸

題號： 24 頁碼/總頁數： _____ (如果一題只有一頁，可不填) ★
 (請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

$$\begin{cases} x+y+z+w=5 & \text{--- ①} \\ xy+yz+zw+wx=4 & \text{--- ②} \\ xyz+yzw+zwx+wxz=3 & \text{--- ③} \\ xyzw=-1 & \text{--- ④} \end{cases}$$

由 ① $\Rightarrow y+z=5-(x+w)$ --- 代入 ②

$\Rightarrow (x+z)(5-(x+z))=4$

令 $x+z=n$

$\Rightarrow n^2-5n+4=0$

$(n-1)(n-4)=0$

$x+z=n=1 \vee 4 \Rightarrow y+w=4 \vee 1$

1. $x+z=1 \Rightarrow y+w=4$

代入 ③ $[xz(y+w)+wy(x+z)=3]$

$\Rightarrow 4xz+yw=3$, 又 $xyzw=-1$

$$\begin{cases} 4xz+yw=3 \\ xyzw=-1 \Rightarrow yw=\frac{-1}{xz} \end{cases} \Rightarrow 4xz+\frac{-1}{xz}=3 \Rightarrow (4xz+1)(xz-1)=0$$

$xz=-\frac{1}{4} \vee 1$

① $\begin{cases} x+z=1 \\ xz=-\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow (x,z) = \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) \vee \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)$

$\begin{cases} y+w=4 \\ yw=4 \end{cases} \Rightarrow (y,w) = (2,2)$

① $\begin{cases} x=\frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ y=2 \\ z=\frac{1-\sqrt{2}}{2} \\ w=2 \end{cases}$

A: ② $\begin{cases} y=2 \\ z=\frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ w=2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ z=2 \\ w=\frac{1-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

② $\begin{cases} x+z=1 \\ xz=1 \end{cases} \Rightarrow x,z$ 無實數解

2. $x+z=4 \Rightarrow y+w=1$

和 1. 的答案顛倒

$\Rightarrow (x,z) = (2,2), (y,w) = \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1-\sqrt{2}}{2}\right) \vee \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)$ ④ $\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1-\sqrt{2}}{2} \\ z=2 \\ w=\frac{1+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$