

北一女中 108 學年度《數戰數決》有獎徵答活動

班別： 一 年 恭 班 座號： 26 號 姓名： 鄭淳芸

題號： 1-4 頁碼/總頁數： _____ (如果一題只有一頁，可不填)
(請不要將兩題的解答寫在同一張答案紙，一題的解答也不要寫在同一張答案紙的正反面。)

可以發現 $1^2=1$, $3^2=9$, 1, 9 皆為小綠數

易知若 n 為偶數，則 n^2 必不為小綠數

以下討論 n 為大於 10 的奇數的情況

1. $n = (10m+1)$ ($m \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow n^2 = (10m+1)^2 = 100m^2 + 20m + 1 = 20m(5m+1) + 1$$

$20m(5m+1)$ 為偶數 \Rightarrow 可知 n^2 的倒數第二位數字是偶數
 \therefore 不是小綠數

2. $n = (10m+3)$ ($m \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow n^2 = (10m+3)^2 = 100m^2 + 60m + 9 = 20m(5m+3) + 9$$

$20m(5m+3)$ 為偶數 \Rightarrow 可知 n^2 的倒數第二位數字是偶數
 \therefore 不是小綠數

3. $n = (10m+5)$ ($m \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow n^2 = (10m+5)^2 = 100m^2 + 100m + 25 = 100(m^2+m) + 25$$

$\Rightarrow n^2$ 之末兩位數字為 25 \therefore 不是小綠數

4. $n = (10m+7) = [10(m+1)-3]$ ($m \in \mathbb{N}$)

$$\text{令 } m+1=k \Rightarrow n^2 = (10k-3)^2 = 100k^2 - 60k + 9 = 20k(5k-3) + 9$$

$20k(5k-3)$ 是偶數，同理此時 n^2 並非小綠數

5. $n = (10m+9) = [10(m+1)-1]$ ($m \in \mathbb{N}$)

$$\text{令 } m+1=k \Rightarrow n^2 = (10k-1)^2 = 100k^2 - 20k + 1 = 20k(5k-1) + 1$$

$20k(5k-1)$ 是偶數 $\Rightarrow n^2$ 非小綠數

由 1~5 可得當 $n > 10$ 時， n^2 不可能是小綠數

\therefore 只有在 $n = 1, 3$ 時， n^2 是小綠數 $\#$