

北一女中 108 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

第三期題目：

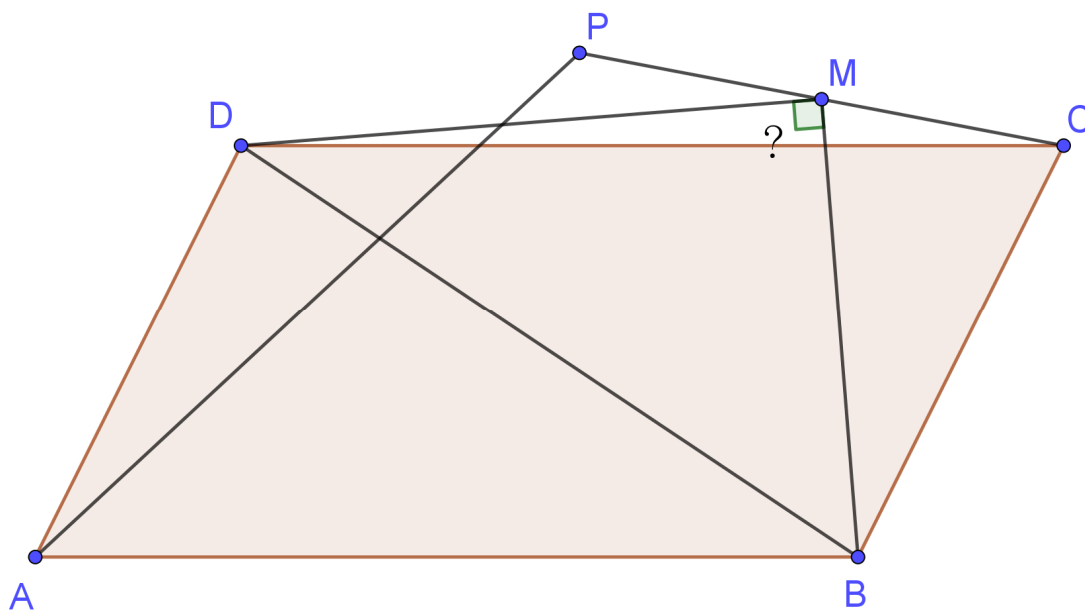
2020 年 01 月 06 日下午 1 點鐘截止

3-1 若 $a+b+c=0$ 且 $\frac{b^2}{2a+b} + \frac{c^2}{2b+c} + \frac{a^2}{2c+a} = 2020$ ，

試求 $\frac{a^2}{2a+b} + \frac{b^2}{2b+c} + \frac{c^2}{2c+a}$ 之值。

3-2 已知 $ABCD$ 為平行四邊形。 P 為平面上一點，滿足 $\overline{AP} = \overline{BD}$ 。

取 \overline{CP} 中點為 M ，請證明： $\angle BMD = 90^\circ$ 。

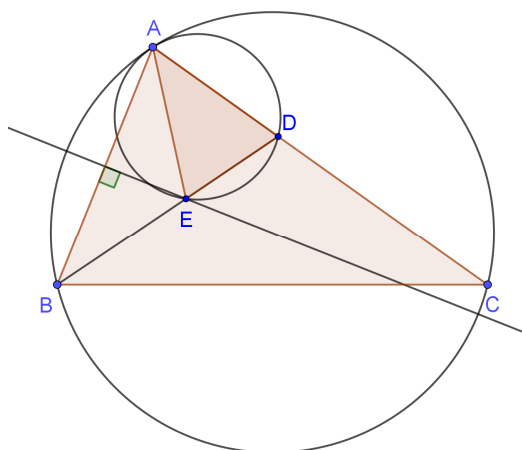


3-3 小綠將 $1, 2, 3, \dots, 8$ 分別標示在一個正立方體的八個頂點。請證明：不論小綠標示的選擇為何，此正立方體一定有兩條相異的邊 a 與 b ，使得「 a 兩端的數字和」與「 b 兩端的數字和」相等。

3-4 綠園有 10 名女孩，他們每人都有 100 顆巧克力糖。他們開始進行下述的分享糖果活動：每一次分享，都是由某個女孩將他擁有的巧克力糖分給其他 9 人每個 1 顆。(當然，必須有 9 顆以上巧克力糖的人才能當分享者。) 如果經過 n 次分享後，10 人所擁有的巧克力糖數目都不相同，試求 n 的最小值。

3-5 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 的平分線交 \overline{AC} 於點 D ，且 \overline{AB} 的中垂線與 \overline{BD} 交於點 E 。

作 $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 的外接圓，請證明：這兩個外接圓相切。



3-6 給定兩個正整數 a, b ，如果有無窮多個正整數 n 使得 $a^n + b^n$ 整除 $a^{n+1} + b^{n+1}$ ，請證明必有 $a = b$ 。

數戰數決網站

臉書粉絲專頁



請務必記得，每一期的徵答題在截止日期前

都不能在粉絲頁上討論喔！