

北一女中 108 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

第二期題目：

2019 年 11 月 18 日下午 1 點鐘截止

2-1 已知有一個正整數 n ，其前四位數字依序為 2,0,1,9，且 n 是 2020 的倍數。
試求 n 的最小值。

【註：例如 31415926 的前四位數字依序為 3,1,4,1。】

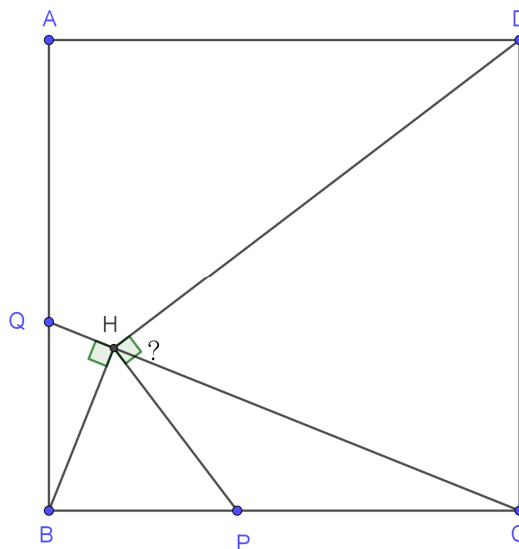
2-2 小綠將 2019 個實數排成一列，他發現：任意連續兩數之和均為負數，
但這 2019 個實數的總和卻是正數。如果這 2019 個實數中有 n 個正數，
試求所有可能的 n 值。

2-3 已知 $ABCD$ 為正方形，分別在 \overline{BC} 、 \overline{BA} 上各取一點 P 、 Q ，使得 $\overline{BP} = \overline{BQ}$ 。

連接 \overline{CQ} ，過 B 點作 \overline{CQ} 的垂線，

令垂足為 H ，連接 \overline{HP} 、 \overline{HD} 。

請證明： $\angle PHD = 90^\circ$ 。



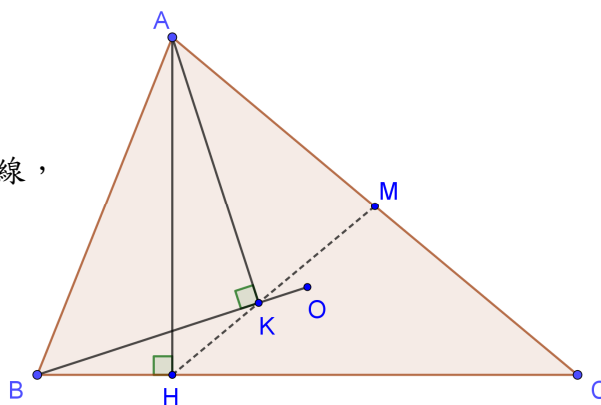
2-4 試求方程組
$$\begin{cases} x + y + z + w = 5 \\ xy + yz + zw + wx = 4 \\ xyz + yzw + zwx + wxy = 3 \\ xyzw = -1 \end{cases}$$
 之實數解。

2-5 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 的外心為 O 。

取 \overline{AC} 的中點為 M ，

再過 A 點分別對直線 BC 、直線 BO 作垂線，
垂足分別為 H 、 K 。

請證明： H 、 K 、 M 三點共線。



2-6 小綠有編號 $1, 2, 3, \dots, 2019$ 的牌各一張，他將這些牌依照編號的順序圍成一圈。一開始，這些牌都是背面朝上的。

接著小綠開始進行下述的操作：

將1號牌翻面；

跳過1張牌後，將下一張牌（即3號牌）翻面；

跳過2張牌後，將下一張牌（即6號牌）翻面；

跳過3張牌後，將下一張牌翻面；

⋮

⋮

跳過2018張牌後，將下一張牌翻面。

請問：小綠做完上述操作後（總共翻了2019次牌），
有哪些編號的牌是正面朝上的？

【數戰數決】徵答活動「臉書粉絲專頁」：

請進入臉書搜尋「北一女中數學徵答：數戰數決」，
或鍵入連結 <https://www.facebook.com/TFGMATHPrizedQuiz>，
或掃描右方 QR code，都可以進入粉專喔～～



裡面有歷屆的徵答試題，歡迎大家上去討論；

有即時訊息（例如題目勘誤或修正）也會在上面公布。

但請務必記得，每一期的徵答題在截止日期前

都不能在粉絲頁上討論喔！



【數戰數決】網站：https://web.fg.tp.edu.tw/~math/blog/?page_id=681