

北一女中 108 學年度上學期《數戰數決》有獎徵答活動

第一期題目：

2019 年 10 月 02 日下午 1 點鐘截止

1-1 已知三正數 x, y, z 滿足 $x > z$ 且 $y > z$ ，請證明： $\sqrt{z(x-z)} + \sqrt{z(y-z)} \leq \sqrt{xy}$ 。

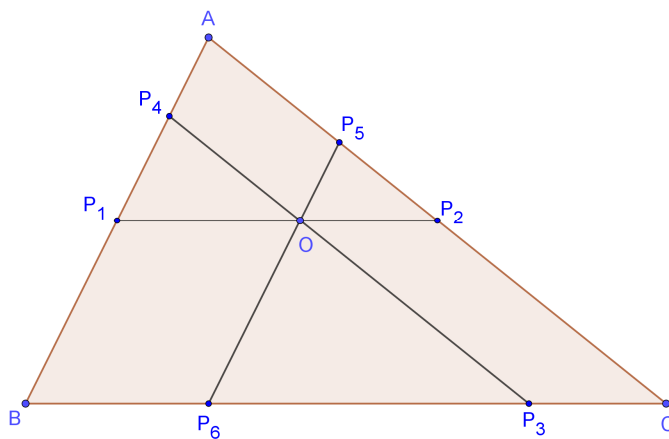
1-2 如下圖， O 為 $\triangle ABC$ 內部一點。

過 O 點作 \overline{BC} 的平行線交 \overline{AB} 於點 P_1 、交 \overline{CA} 於點 P_2 ；

過 O 點作 \overline{CA} 的平行線交 \overline{BC} 於點 P_3 、交 \overline{AB} 於點 P_4 ；

過 O 點作 \overline{AB} 的平行線交 \overline{CA} 於點 P_5 、交 \overline{BC} 於點 P_6 ；

請證明： $\overline{OP_1} \times \overline{OP_3} \times \overline{OP_5} = \overline{OP_2} \times \overline{OP_4} \times \overline{OP_6}$ 。



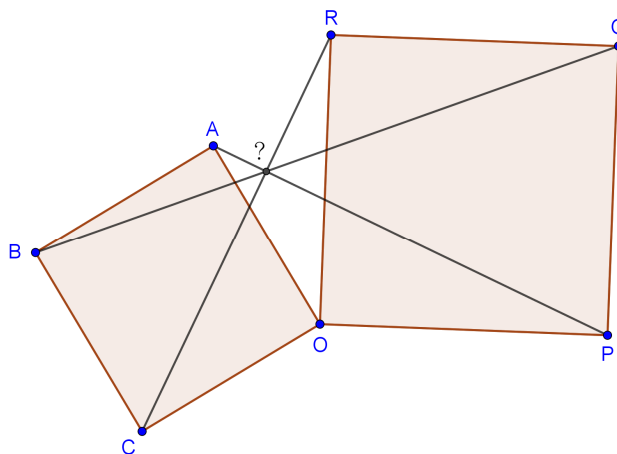
1-3 已知 $x > y > 0$ ，試解方程組 $\begin{cases} x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 134 \\ x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 126 \end{cases}$ 。

1-4 對於正整數 N ，若 N 的每一位數字都是奇數，則 N 被稱為「小綠數」。

例如：375 是小綠數、2019 不是小綠數。

試求出所有正整數 n ，使得 n^2 是小綠數。

- 1-5 如下圖，已知平面上兩正方形有一共同頂點 O ，
 其中一正方形的四頂點依逆時針方向的順序為 O 、 A 、 B 、 C ，
 而另一正方形的四頂點依逆時針方向的順序為 O 、 P 、 Q 、 R ，
 連接直線 AP 、直線 BQ 、直線 CR 。
 請證明：此三直線 AP 、 BQ 、 CR 共點。



- 1-6 小綠將 $1, 2, 3, \dots, 2019$ 這 2019 個正整數依序寫在各種顏色的卡片上，
 每張卡片上都只寫一個數。
 在 $1, 2, 3, \dots, 2019$ 中，對於兩相異正整數 a 與 b ，
 如果 a 是 b 的因數，則小綠必須將它們寫在不同顏色的卡片上。
 請問：小綠最少需要幾種不同顏色的卡片才足夠？

【數戰數決】徵答活動「臉書粉絲專頁」：
 請進入臉書搜尋「北一女中數學徵答：數戰數決」，
 或鍵入連結 <https://www.facebook.com/TFGMATHPrizedQuiz>，
 或掃描右方 QR code，都可以進入粉專喔～～



裡面有歷屆的徵答試題，歡迎大家上去討論；
 有即時訊息（例如題目勘誤或修正）也會在上面公布。

但請務必記得，每一期的徵答題在截止日期前

都不能在粉絲頁上討論喔！



【數戰數決】網站：https://web.fg.tp.edu.tw/~math/blog/?page_id=681