

9 0 . 推甄試題

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

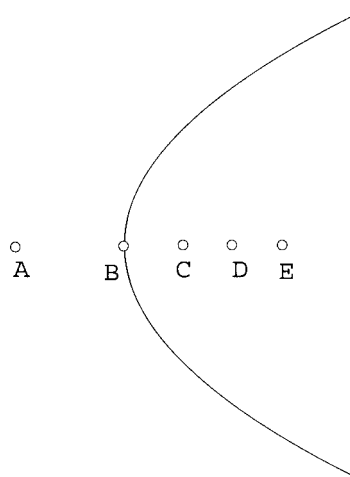
說明：第 1 至 3 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 設 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$, $c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ 。下列選項何者為真？

- (1) $a > b > c$
- (2) $a < b < c$
- (3) $a = c > b$
- (4) $a = c < b$
- (5) $a = b = c$

2. 右下圖為一拋物線的部分圖形，且 A、B、C、D、E 五個點中有一為其焦點。試判斷哪一點是其焦點？(可利用你手邊現有簡易測量工具)

- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E



3. 令 X 代表每個高中生平均每天研讀數學的時間(以小時計)，則 $W = 7(24 - X)$ 代表每個高中生平均每週花在研讀數學以外的時間。令 Y 代表每個高中生數學學科能力測驗的成績。設 X, Y 之相關係數為 R_{XY} ， W, Y 之相關係數為 R_{WY} ，則 R_{XY} 與 R_{WY} 兩數之間的關係，下列選項何者為真？

- (1) $R_{WY} = 7(24 - R_{XY})$
- (2) $R_{WY} = 7R_{XY}$
- (3) $R_{WY} = -7R_{XY}$
- (4) $R_{WY} = R_{XY}$
- (5) $R_{WY} = -R_{XY}$

貳、多重選擇題

說明：第 4 至 10 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

4. 若 $\sin x = \frac{3}{5}$, $\frac{p}{2} < x < p$, 則下列選項何者為真？

(1) $\cos x = \frac{4}{5}$

(2) $\tan x = \frac{3}{4}$

(3) $\cot x = -\frac{4}{3}$

(4) $\sec x = -\frac{5}{4}$

(5) $\csc x = \frac{5}{3}$

5. 設 a, b, c 為實數。若二次函數

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

的圖形通過 $(0, -1)$ 且與 x 軸相切，則下列選項何者為真？

(1) $a < 0$

(2) $b > 0$

(3) $c = -1$

(4) $b^2 + 4ac = 0$

(5) $a + b + c \leq 0$

6. 若正整數 a, b, q, r 滿足

$$a = bq + r$$

且令 (a, b) 表示 a 與 b 的最大公因數，則下列選項何者為真？

(1) $(a, b) = (b, r)$

(2) $(a, b) = (q, r)$

(3) $(a, q) = (b, r)$

(4) $(a, q) = (q, r)$

(5) $(a, r) = (b, q)$

7. 古代的足球運動，有一種計分法，規定踢進一球得 16 分，犯規後的罰踢，進一球得 6 分。請問下列哪些得分數有可能在計分板上出現？
- (1) 26
 - (2) 28
 - (3) 82
 - (4) 103
 - (5) 284
8. 在坐標平面上， $A(150, 200)$, $B(146, 203)$, $C(-4, 3)$, $O(0, 0)$ ，則下列選項何者為真？
- (1) 四邊形 ABCO 是一個平行四邊形
 - (2) 四邊形 ABCO 是一個長方形
 - (3) 四邊形 ABCO 的兩對角線互相垂直
 - (4) 四邊形 ABCO 的對角線 AC 長度大於 251
 - (5) 四邊形 ABCO 的面積為 1250
9. 在坐標平面上，請問下列哪些直線與雙曲線 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$ 不相交？
- (1) $5y=2x$
 - (2) $5y=3x$
 - (3) $5y=2x+1$
 - (4) $5y=-2x$
 - (5) $y=100$
10. 令 z 為複數且 $z^6=1$, $z \neq 1$ ，則下列選項何者為真？
- (1) $|z|=1$
 - (2) $z^2=1$
 - (3) $z^3=1$ 或 $z^3=-1$
 - (4) $|z^4|=1$
 - (5) $1+z+z^2+z^3+z^4+z^5=0$

第二部分：填充題

說明：1. 第 A 至 J 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (11–32)。
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

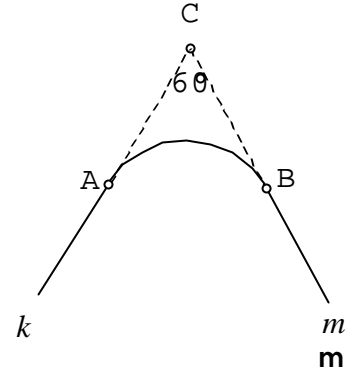
A. 將一張 B4 的長方形紙張對折剪開之後，成為 B5 的紙張，其形狀跟原來 B4 的形狀相似。已知 B4 紙張的長邊為 36.4 公分，則 B4 紙張的短邊長為 $\frac{\textcircled{11}\textcircled{12}\textcircled{13}}{\quad}$ 公分。(小數點後第二位四捨五入)

B. 調查某新興工業都市的市民對市長施政的滿意情況，依據隨機抽樣，共抽樣男性 600 人、女性 400 人，由甲、乙兩組人分別調查男性與女性市民。調查結果男性中有 36% 滿意市長的施政，女性市民中有 46% 滿意市長的施政，則滿意市長施政的樣本佔全體樣本的百分比為 $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\quad}$ %。

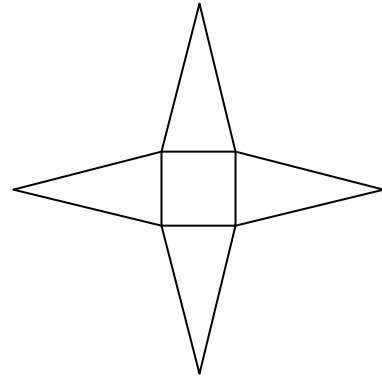
C. 從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中，任取兩相異數，則其積為完全立方數的機率為 $\frac{1}{\frac{\textcircled{16}\textcircled{17}}{\quad}}$ 。

D. 設多項式 $f(x)$ 除以 x^2-5x+4 ，餘式為 $x+2$ ；除以 x^2-5x+6 ，餘式為 $3x+4$ 。則多項式 $f(x)$ 除以 x^2-4x+3 ，餘式為 $\frac{\textcircled{18}\quad\textcircled{19}}{\quad}$ 。

- E. 兩條公路 k 及 m ，如果筆直延伸將交會於 C 處成 60° 夾角，如圖所示。為銜接此二公路，規劃在兩公路各距 C 處 450 公尺的 A 、 B 兩點間開拓成圓弧型公路，使 k, m 分別在 A, B 與此圓弧相切，則此圓弧長 = ⑳㉑㉒ 公尺。(公尺以下四捨五入) 【 $\sqrt{3} \approx 1.732, \pi \approx 3.142$ 】

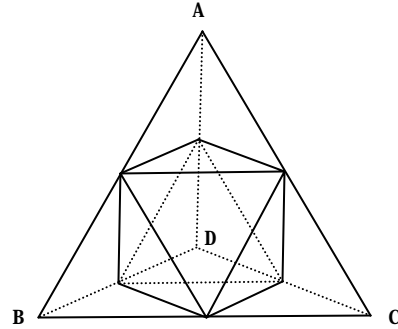


- F. 如右圖的四角錐展開圖，四角錐底面為邊長 2 的正方形，四個側面都是腰長為 4 的等腰三角形，則此四角錐的高度為 $\sqrt{\text{㉓㉔}}$ 。



- G. 在坐標平面的 x 軸上有 $A(2,0), B(-4,0)$ 兩觀測站，同時觀察在 x 軸上方的一目標 C 點，測得 $\angle BAC$ 及 $\angle ABC$ 之值後，通知在 $D(\frac{5}{2}, -8)$ 的砲台此兩個角的正切值分別為 $\frac{8}{9}$ 及 $\frac{8}{3}$ 。那麼砲台 D 至目標 C 的距離為 ㉕㉖。

- H. 將一個正四面體的四個面上的各邊中點用線段連接，可得四個小正四面體及一個正八面體，如下圖所示。如果原四面體 ABCD 的體積為 12，那麼此正八面體的體積為 27。



- I. 根據過去紀錄知，某電腦工廠檢驗其產品的過程中，將良品檢驗為不良品的機率為 0.20，將不良品檢驗為良品的機率為 0.16。又知該產品中，不良品佔 5%，良品佔 95%。若一件產品被檢驗為良品，但該產品實際上為不良品之機率為 0.2829。（小數點後第三位四捨五入）

- J. 籃球 3 人鬥牛賽，共有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬 9 人參加，組成 3 隊，且甲、乙兩人不在同一隊的組隊方法有多少種？
答：303132 種。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式的公式解：
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

3. 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和
$$S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1.$$

4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1)
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \quad R \text{ 為外接圓的半徑(正弦定理)}$$

(2)
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \quad (\text{餘弦定理})$$

5. 統計公式：

算術平均數
$$M (= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

標準差
$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$$

相關係數
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中 S_X 為隨機變數 X 之標準差, S_Y 為隨機變數 Y 之標準差

6. 貝氏定理

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')}$$

7. 參考數值：

$$\sqrt{2} \approx 1.414 ; \sqrt{3} \approx 1.732 ; \sqrt{5} \approx 2.236 ; \sqrt{7} \approx 2.646 ; \pi \approx 3.142$$

8. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$

答案：

第一部分：選擇題

- 1.(3) 2.(3) 3.(5) 4.(3)(4)(5) 5.(1)(3)(5) 6.(1)(4) 7.(2)(3)(5) 8.(1)(2)(5)
9.(1)(2)(4) 10.(1)(3)(4)(5)

第二部分：填充題

- A. 2.57 B. 40 C. 12 D. $5x-2$ E. 544 F. $\sqrt{14}$ G. 13
H. 6 I. 0.01 J. 210