

大學入學考試中心
九十四學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以黑色或藍色筆作答，並於題號欄標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	$\overset{1}{\blacksquare}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$
----	-----------------------------	------------------------	-----------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

祝考試順利

第壹部分：（77%）

一、單一選擇題（16%）

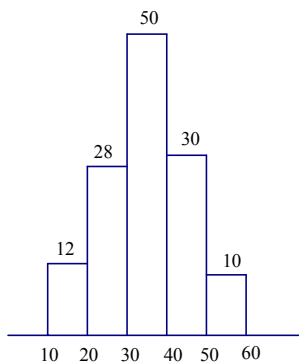
說明：第 1、2 題為單一選擇題，選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 8 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 2 分；倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 設一地球儀的球心為空間坐標的原點，有兩個城市的坐標分別為 $A(1,2,2)$ 、 $B(2,-2,1)$ 。假定地球為半徑等於 6400 公里的圓球，試問飛機從 A 城市直飛至 B 城市的最短航線長最接近下列那一個選項的值？

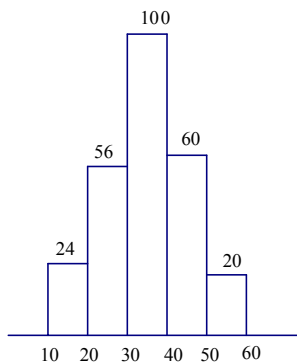
- (1) 8000 公里
- (2) 8500 公里
- (3) 9000 公里
- (4) 9500 公里
- (5) 10000 公里

2. 下列五個直方圖表示的資料，何者之標準差最大？

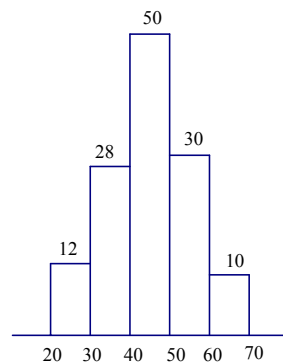
(1)



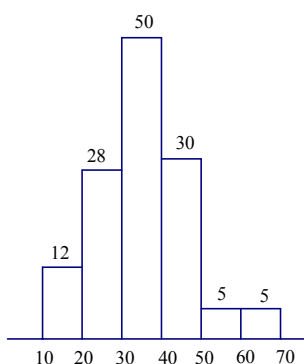
(2)



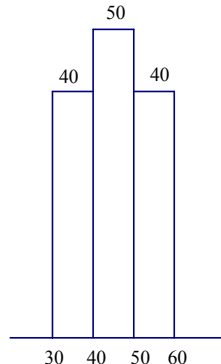
(3)



(4)



(5)



二、多重選擇題（16%）

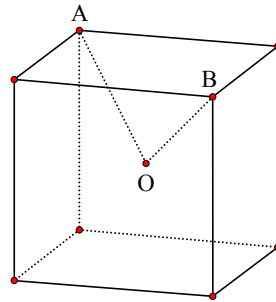
說明：第 3、4 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.6 分；每答錯一個，倒扣 1.6 分；完全答對得 8 分；整題未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.6 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 定義一組資料的第一十分位數 w_1 為『至少有(含) $\frac{1}{10}$ 的資料不大於 w_1 ，且至少有(含) $\frac{9}{10}$ 的資料不小於 w_1 』，試問下列敘述何者為真？
- (1) 任一組資料都恰有一個第一十分位數
 - (2) 若將原資料每個數據分別乘以 5，則原資料的第一十分位數乘以 5 也會是新資料的第一十分位數
 - (3) 若將原資料每個數據分別加 5，則原資料的第一十分位數加 5 也是此新資料的第一十分位數
 - (4) 若有 A,B 兩組資料其第一十分位數分別為 w_A, w_B ，則 $w_A + w_B$ 也是此兩組資料合併成一組後的第一十分位數
 - (5) 任一組資料的第一十分位數必小於該組資料之算術平均數
4. 試問在坐標平面上，下列有關拋物線的敘述哪些是正確的？
- (1) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線， $x+y=0$ 為對稱軸。
 - (2) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，頂點是(1,1)，焦點是(1,2)。
 - (3) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，焦點是(2,2)，且通過(3,3)。
 - (4) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，且通過(3,3), (-3,4)。
 - (5) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線， y 軸為對稱軸，且通過(3,3),(-3,3)。

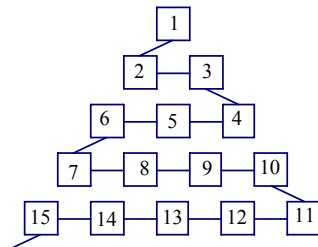
三、選填題 (45%)

說明：A, B, C, D, E 各題為選填題，劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(5-21)內。每一題完全答對得 9 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 如圖所示設一正立方體的中心為 O ，而 A, B 為此正立方體同一面上的兩個對頂點，則 $\cos \angle AOB = \frac{\textcircled{5}\textcircled{6}}{\textcircled{7}}$ 。(以最簡分數表示)



- B. 下圖是從事網路工作者經常用來解釋網路運作的蛇形模型：



數字 1 出現在第 1 列；數字 2,3 出現在第 2 列；數字 6,5,4(從左至右)出現在第 3 列；數字 7,8,9,10 出現在第 4 列；依此類推。試問第 99 列，從左至右算，第 67 個數字為 $\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}\textcircled{11}$ 。

C. 設 10^4 的所有正因數的乘積為 n ，則 $\log n =$ ⑫⑬。

D. 小明玩戰爭網路遊戲，在螢幕上有一坐標平面，飛機 P 以等速直線前進，在坐標 $(-12,4)$ 的位置被發現，經過 1 秒後到達坐標 $(-10,4)$ ，再經 1 秒後，小明從原點選一方向發射一飛彈 R，假設 R 也以直線前進且速率跟 P 相同，而且 R 剛好擊中 P。試求 R 擊中 P 時的坐標 (a,b) 為 (⑭⑮,⑯)。

E. 一實驗室培養兩種菌，令 $\langle a_n \rangle$ 和 $\langle b_n \rangle$ 分別代表兩種培養菌在時間點 n 的數量，彼此有如下的關係： $a_{n+1} = 2(a_n + b_n)$, $b_{n+1} = 2b_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)。

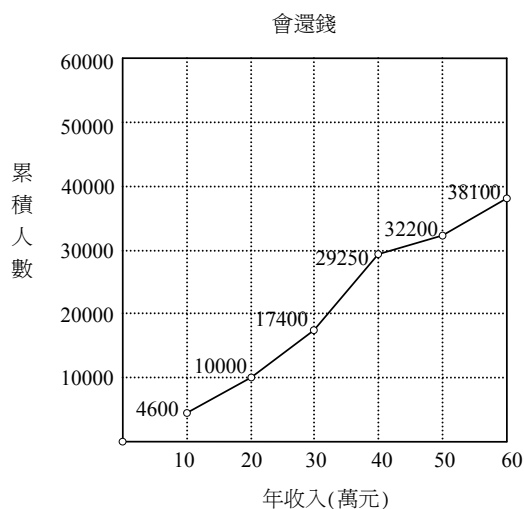
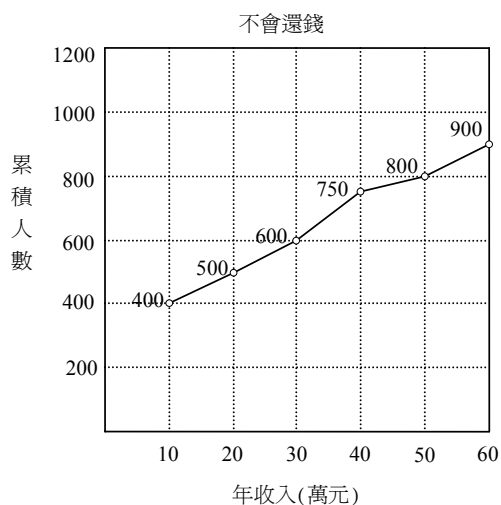
若二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+3} \\ b_{n+3} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，(其中 $n = 0, 1, 2, \dots$)，則 $a =$ ⑰，

$b =$ ⑱⑲， $c =$ ⑳， $d =$ ㉑。

第貳部分：（23%）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二）與子題號（1、2），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某銀行檢討『一年期 20 萬元的小額急用貸款，一年後還款 21 萬元』的申請資格。過去幾年的記錄顯示：申辦此項貸款者一年後只有依約還款 21 萬元與違約不理(1 元都不還)兩種情形，沒有還一部分錢等其他情形發生；且發現會還錢或不會還錢者與其年收入有關，兩者的累積次數分配部分圖形如下：



- (1) 一個年收入 30 萬元以下的貸款者，會還錢的機率為何？（4 分）
- (2) 銀行貸款給一個年收入 30 萬元以下的客戶，銀行的獲利期望值為多少元？（6 分）

二、根據過去長期統計資料顯示：某公司推銷員的年資 x （年），與每次推銷成功的機率 $y(x)$ ，滿足下列關係式：
$$y(x) = \frac{2^{-3+x}}{1+2^{-3+x}}$$

- (1) 化簡 $r(x) = \frac{y(x)}{1-y(x)}$ ，並說明 $r(x)$ 的值隨 x 增大而增大(即 $r(x)$ 為遞增函數)。（6 分）
- (2) 說明年資 8 年(含)以上的推銷員，每次推銷不成功的機率小於 4%。（7 分）

九十四學年度指定科目考試
數學乙考科選擇題參考答案

題號		答案
	1	5
	2	4
	3	2,3
	4	2,4,5
A	5	—
	6	1
	7	3
B	8	4
	9	8
	10	8
	11	4
C	12	5
	13	0
D	14	—
	15	3
	16	4
E	17	8
	18	2
	19	4
	20	0
	21	8

第貳部分：

$$\text{一、(1) 機率} = \frac{17400}{17400 + 600} = \frac{17400}{18000} = \frac{29}{30}$$

$$\text{(2) 期望值} = 10000 \times \frac{29}{30} - 200000 \times \frac{1}{30} = \frac{290000 - 200000}{3} = 30000$$

$$\text{二、(1) } y(x) = \frac{\frac{2^x}{8}}{1 + \frac{2^x}{8}} = \frac{2^x}{8 + 2^x}, \quad r(x) = \frac{y(x)}{1 - y(x)} = \frac{\frac{2^x}{8 + 2^x}}{1 - \frac{2^x}{8 + 2^x}} = \frac{2^x}{(8 + 2^x) - 2^x} = \frac{2^x}{8} = 2^{x-3}$$

因為 $r(x)$ 是底數為 2 的指數函數，故它的值隨 x 增大而增大。

$$\text{(2) } r(x) = 2^{x-3}, \text{ 由(1)知 } r(x) \text{ 為遞增函數, 故 } r(x) \geq r(8) = 32 \quad \forall x \geq 8, \text{ 又 } r(x) = \frac{y(x)}{1 - y(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{y(x)}{1 - y(x)} \geq 32 \Rightarrow y(x) \geq 32[1 - y(x)] \Rightarrow y(x) \geq \frac{32}{33}$$

$$\text{因此, 不成功的機率} = 1 - y(x) \leq \frac{1}{33} < \frac{1}{25} = 4\%$$