

大學入學考試中心

九十三年學年度指定科目考試試題

數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位作答，並於題號欄標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄														
1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	$\overset{1}{\blacksquare}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		
----	-----------------------------	------------------------	-----------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------	--	--

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$		
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		

祝考試順利

第壹部分：(77%)

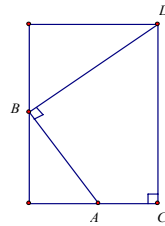
一、單一選擇題 (28%)

說明：第1至4題為單一選擇題，每題選出最適當的選項，劃記在答案卡之『解答欄』。

每題答對得7分，答錯倒扣1.75分，倒扣到本大題之實得分數至零分為止；未答者，不給分亦不扣分。

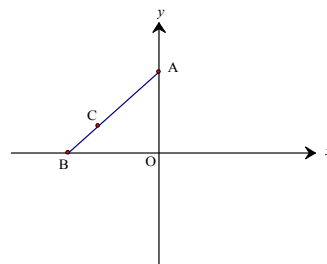
1. 如下圖 $\angle BAC = \theta$, $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AB} = a$, $\overline{BD} = b$ 。下列選項何者可以表示 \overline{CD} ?

- (1) $a \sin \theta + b \cos \theta$
- (2) $a \sin \theta - b \cos \theta$
- (3) $a \cos \theta - b \sin \theta$
- (4) $a \cos \theta + b \sin \theta$
- (5) $a \sin \theta + b \tan \theta$



2. 如下圖所示，線段 \overline{AB} 的長度為定值，且 $\overline{AC} : \overline{CB} = 2 : 1$ 。保持點 A 在 y 軸上，上下移動，且點 B 在 x 軸上左右移動時，點 C 所經過的路徑會形成一圖形。試問此圖形為何？

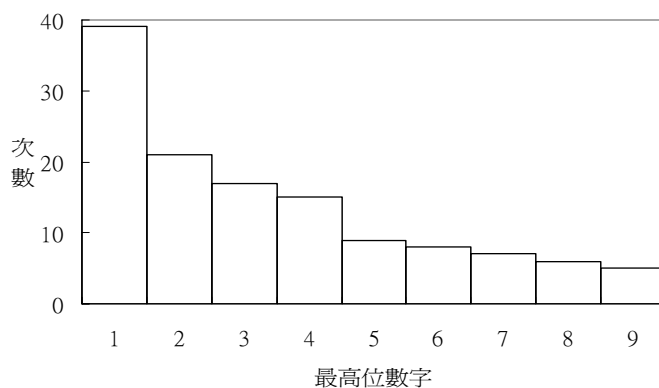
- (1) 一橢圓
- (2) 一圓
- (3) 一雙曲線
- (4) 一菱形
- (5) 一線段



3. 統計學家克利夫蘭對人體的眼睛詳細研究後發現：我們的眼睛看到圖形面積的大小與此圖形實際面積的 0.7 次方成正比。例如：大圖形是小圖形的 3 倍，眼睛感覺到的只有 $3^{0.7}$ (約 2.16) 倍。觀察某個國家地圖，感覺全國面積約為某縣面積的 10 倍，試問這國家的實際面積大約是該縣面積的幾倍？

[已知 $\log 2 \doteq 0.3010$, $\log 3 \doteq 0.4771$, $\log 7 \doteq 0.8451$]

- (1) 18 倍
(2) 21 倍
(3) 24 倍
(4) 27 倍
(5) 36 倍
4. 由電腦隨機選出 127 個正整數，取其最高位數字（如 35 為 3，110 為 1）所得之次數分佈如下圖。



若從這 127 個正整數中任取一個，則其最高位數字為 d ($d=1,2,\dots,9$) 的機率 P 最接近下列哪一選項？

- (1) $P = \frac{1}{9}$
(2) $P = \frac{1}{2} - \frac{1}{90}d$
(3) $P = \frac{(d-5)^2}{60}$
(4) $P = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^d$
(5) $P = \log\left(1 + \frac{1}{d}\right)$

二、多重選擇題（14%）

說明：(1)以下第5~6題為多重選擇題。

(2)每題各有5個備選答案，請將正確答案，劃記在答案卡上之『解答欄』。

(3)每題7分，5個備選答案，各自獨立，唯至少有一個是對的；每個備選答案，若選擇正確，則得1.4分，否則倒扣1.4分；整題不作答者，得零分。若在備答選項以外區域劃記一律倒扣1.4分。倒扣到本大題之實得分數至零分為止。

5. 在空間中，一平面與一正立方體相截，若在平面的兩側各有正立方體的 4 個頂點，則其截面的形狀可能是下列哪種圖形？

- (1) 三角形
- (2) 四邊形
- (3) 五邊形
- (4) 六邊形
- (5) 八邊形

6. 某校要從高一的「忠、孝、仁、愛」四個班級中隨機選取一個班級進行數學抽測。考慮甲、乙兩種抽樣方法：甲方法是從四個班級的導師中隨機選取一人，被選中導師的班級為抽測班級；乙方法是從所有高一學生中隨機選取一名學生，被選中學生的班級為抽測班級。若各班人數都不相同，其中「愛」班人數最多。則下列敘述有哪些是正確的？

- (1) 甲方法中，每位高一學生被抽測的機率相等
- (2) 乙方法中，每位高一學生被抽測的機率相等
- (3) 甲方法中，四個班級被抽測的機率相等
- (4) 乙方法中，四個班級被抽測的機率相等
- (5) 「愛」班被抽測的機率，使用甲方法較使用乙方法高

三、選填題（35%）

說明：A,B,C,D,E 各題為選填題，劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號7~20內。
每題完全答對得7分，未完全答對，不給分。

- A. 設 a 為實數，令 α 、 β 為二次方程式 $x^2 + ax + (a - 2) = 0$ 的兩個根。試問當 a 為何值時， $|\alpha - \beta|$ 有最小值？答： $a = \underline{\textcircled{7}}$ 。
- B. 啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人。某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽。若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有 $\textcircled{8}\textcircled{9}\textcircled{10}$ 種不同的組隊方法。
- C. 阿貴和阿美及其他 8 名同學共 10 名學生輪到本周擔任值日生。本周 5 個上課日每天從尚未當過的同學中抽籤選出 2 位輪值。則阿貴和阿美同一天擔任值日生的機率為 $\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ 。（以最簡分數表示）

D. 李探長爲了找尋槍手的可能發射位置，他設定一空間坐標，先從 $(0,0,2)$ 朝向 $(5,8,3)$ 發射一固定雷射光束，接著又從點 $(0,7,a)$ 沿平行於 x 軸方向發射另一雷射光束，試問當 a 爲何值時，兩雷射光束會相交？答： $a = \frac{\textcircled{13}\textcircled{14}}{\textcircled{15}}$ 。

E. 當平面上的點 (x,y) 之坐標 x 與 y 都是整數時，稱點 (x,y) 爲格子點。數學家知道：坐標平面上三個頂點皆爲格子點的三角形之面積可以用公式

$$aS + bI + c$$

來表示，其中 S 代表三角形三邊邊上的格子點數， I 是落在三角形內部(不含邊上)的格子點數， a, b, c 是固定的常數。則

$$(a, b, c) = (\textcircled{16}\textcircled{17}, \textcircled{18}, \textcircled{19}\textcircled{20})。$$

-----以下部分作答於答案卷-----

第貳部分：(23%)

說明：一、二為計算證明題，請在「答案卷」之「作答區」作答，必須於「題號欄」標明題號，且應寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

一、南北生技農場今年生產一種植物共 1 萬公斤，該植物每 200 公斤可提煉 1 公斤的中草藥，每 5 公斤可製成 1 公斤的健康食品。中草藥每公斤可獲利 5000 元，健康食品每公斤可獲利 100 元；根據市場調查每年中草藥最大需求量為 30 公斤，健康食品最大需求量是 1800 公斤。如果南北生技農場決定提煉中草藥 x 公斤，並製成健康食品 y 公斤，設 P 為其可獲利潤。

(1) 試以 x, y 表示 P 。(3 分)

(2) 如果想獲得最大利潤，則 x, y 的值為何？說明理由。(8 分)

二、聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12} (W/m^2)$ ；當測得的聲音強度為 $I (W/m^2)$ 時，所產生的噪音分貝數 d 為 $d(I) = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。

(1) 一隻蚊子振動翅膀測得的聲音強度為 $10^{-12} (W/m^2)$ ，求其產生的噪音分貝數。(2 分)

(2) 汽車製造廠測試發現，某新車以每小時 60 公里速度行駛時，測得的聲音強度為 $10^{-4} (W/m^2)$ ，試問此聲音強度產生的噪音為多少分貝？(4 分)

(3) 棒球比賽場中，若一支瓦斯汽笛獨鳴，測得的噪音為 70 分貝，則百支瓦斯汽笛同時同地合鳴，被測得的噪音大約為多少分貝？(6 分)

九十三學年度指定科目考試
數學乙考科選擇題參考答案

題號	答案
1	2
2	1
3	4
4	5
5	2,4
6	1,3
A	2
B	161
C	$\frac{1}{9}$
D	$\frac{23}{8}$
E	(0.5, 1, - 1)

非選擇題

貳、計算證明題解答

一、

$$(1) P = 5000x + 100y$$

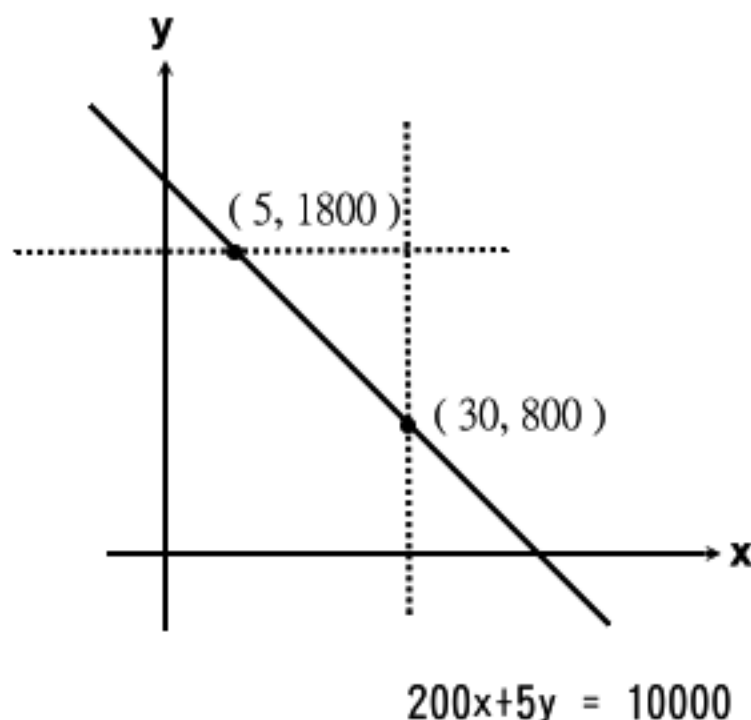
$$(2) x = 30, y = 800$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 30; 0 \leq y \leq 1800$$

圖形如右

\therefore 極值產生在端點處

\rightarrow 將 $(30, 800)$ 代入
得 $P = 230000$ 為最大



二、

(1) 0 分貝

$$I = 10^{-12}$$

$$d(I) = 10 \times \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \times \log 1 = 0 \text{ (分貝)}$$

(2) 80 分貝

$$I = 10^{-4}$$

$$d(I) = 10 \times \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 10 \times \log 10^8 = 80 \text{ (分貝)}$$

(3) 90 分貝

$$d(I) = 70 = 10 \times \log \frac{I}{I_0} \rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 7 \quad I = I_0 \times 10^7$$

$$d(100I) = 10 \times \log \frac{100I}{I_0} = 10 \times \log \frac{100 \times I_0 \times 10^7}{I_0} = 10 \times \log 10^9 = 90 \text{ (分貝)}$$