

大學入學考試中心

九十一學年度指定科目考試試題

數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。第貳部分作答於「答案卷」，請在規定之欄位作答，並於題號欄標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$	

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	$\overset{1}{\blacksquare}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$	
----	-----------------------------	------------------------	-----------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------	--

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$	
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$	

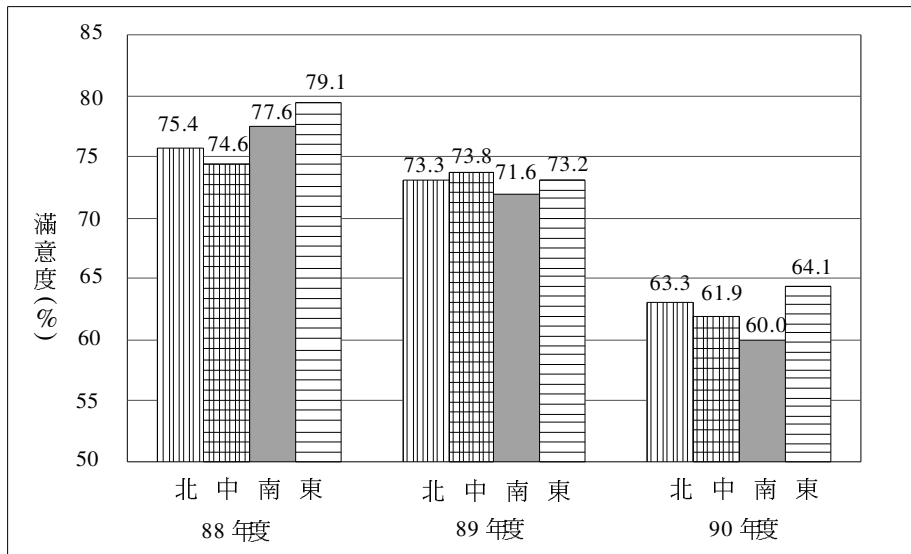
祝考試順利

第壹部分：（60%）

一、單一選擇題（12%）

說明：第1至2題為單一選擇題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得6分，答錯倒扣1/4題分。未答者，不給分亦不扣分。

1. 方程式 $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$ 在下列哪兩個整數之間有實數根？
 - (1) -3 與 -2 之間
 - (2) -2 與 -1 之間
 - (3) -1 與 0 之間
 - (4) 0 與 1 之間
 - (5) 1 與 2 之間
2. 下圖顯示民國 88、89 及 90 年三個年度所調查之台灣北、中、南、東部地區國民對自己生活的滿意程度（資料來源：內政部統計處「國民生活狀況調查報告」）。



為比較各地區國民對自己生活滿意程度的差異，以東部地區國民之滿意度為基準，計算各年度中其他三地相對於當年度東部地區國民的「相對生活滿意度」。例如：88 年度中部地區的相對生活滿意度為 $\frac{74.6}{79.1} \cong 94.31\%$ ；89 年度北部地區的相對生活滿意度為 $\frac{73.3}{73.2} \cong 100.14\%$ 。

下列關於各地區國民生活滿意度的敘述，何者正確？

- (1) 北部地區國民的「相對生活滿意度」在 88—90 年三年中，以 90 年度為最低。
- (2) 中部地區國民的「相對生活滿意度」在 88—90 年三年中逐年降低。
- (3) 南部地區國民的「相對生活滿意度」在 88—90 年三年中，以 90 年度為最低。
- (4) 在 88—90 年三年中，四地區國民間生活滿意度的差異在 90 年度達到最低。
- (5) 在 88—90 年三年中，四地區國民間生活滿意度的差異逐年增加。

二、選填題 (48%)

說明：A, B, C, D, E, F 各題為選填題，作答於答案卡之「解答欄」所標示的列號3~12內。每一題完全答對得8分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 前行政院長提出知識經濟，喊出 10 年內要讓台灣 double (加倍)，一般小市民希望第 11 年開始的薪水加倍。如果每年調薪 $a\%$ ，其中 a 為整數，欲達成小市民的希望，那麼 a 的最小值為 ③。(參考數值： $\log 2 \doteq 0.3010$)

$x =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log(1+0.01x) \doteq$	0.0043	0.0086	0.0128	0.0170	0.0212	0.0253	0.0294	0.0334	0.0374

- B. 設一橢圓方程式為 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， F 為它的一個焦點。已知此橢圓在 x 軸上的兩個頂點與 F 的距離分別為 5 單位及 1 單位，如左下圖 B 所示。則 $(a, b) = (\text{④}, \sqrt{\text{⑤}})$ 。

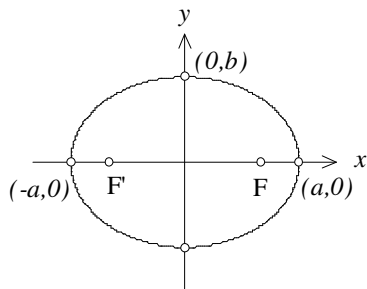


圖 B

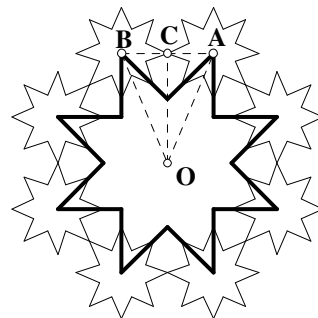
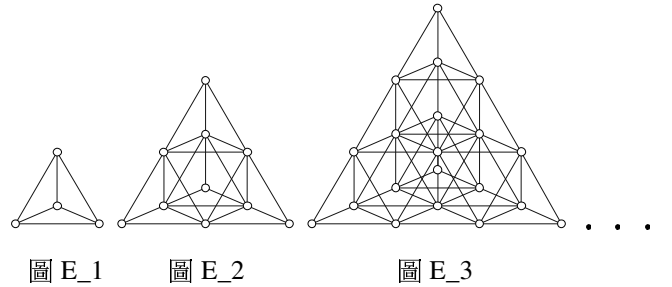


圖 C

- C. 如右上圖 C 所示，一個大的正八角星的頂點為周圍八個全等的小正八角星中心，相鄰的兩個小八角星有一個共同的頂點。觀察圖中虛線部分，設小八角星頂點 C 到其中心 A 的距離為 a ，大八角星頂點 A 到其中心的距離 O 為 b 。試問 $a : b$ 的比值為 $\frac{\sqrt{\text{⑥}} - \sqrt{\text{⑦}}}{2}$ 。

- D. 因乾旱水源不足自來水公司計畫在下週一至週日的 7 天中選擇 2 天停止供水。若要求停水的兩天不相連，則自來水公司共有多少種選擇方式？
答：⑧⑨ 種。

- E. 用單位長的不銹鋼條焊接如下圖系列的四面體鐵架，圖中的小圈圈「。」表示焊接點，圖 E_1 有兩層共 4 個焊接點，圖 E_2 有三層共 10 個焊接點，圖 E_3 有四層共 20 個焊接點。試問依此規律，推算圖 E_5 有六層共多少焊接點？答：10 11 個。



- F. 有一鋼架結構，其底面為邊長 2 單位的正八邊形，上面為邊長 2 單位的正方形，側面有四個正方形及四個正三角形（如下圖 F_1）。從此鋼架上方作正射影，可得（如下圖 F_2）所示的圖形。則此鋼架的高度為 $\sqrt{12}$ 單位。

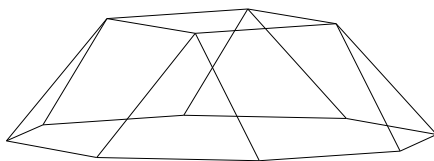


圖 F_1

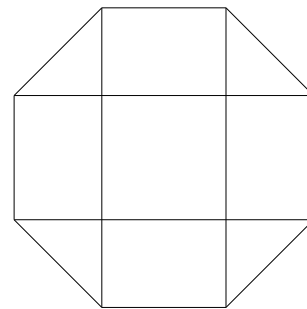


圖 F_2

第貳部分：（40%）

說明：一、二、三各題作答於「答案卷」，並必須於題號欄標明題號，且應寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

一、某公司考慮在甲、乙兩地間選擇一地投資開設新廠。經評估，在甲地設廠，如獲利，預計可獲利 10000（萬元）；如不獲利，預計將虧損 7000（萬元）。在乙地設廠，如獲利，預計可獲利 6000（萬元）；如不獲利，預計將虧損 5000（萬元）。又該公司評估新廠在甲、乙兩地獲利的機率分別為 0.6、0.7。如以獲利期望值為決策準則，該公司應選擇甲地或乙地投資？寫出作決策的過程。（10 分）

二、某歌唱訓練班根據以往的經驗得知：每花 10 萬元在報章雜誌上替歌手打廣告可以提升歌手的形象指數 5 點，知名度指數 10 點；反之，若是在電台上，同樣花 10 萬元替歌手打廣告，則可以提升歌手的形象指數 6 點，知名度指數 4 點。

根據市場調查發現成為名歌星的形象指數至少 160 點，知名度指數亦至少 160 點，而且綜合指數（形象指數與知名度指數的和）至少 360 點。試問：歌唱訓練班要讓一位新歌手（假設其形象指數與知名度指數皆為 0）成為名歌星至少應該花多少廣告費？這些廣告費報章雜誌與電台應各分配多少，效果最好。（請在坐標平面上畫圖求解）（14 分）

三、設數列 $\langle a_n \rangle$ 的第 n 項 a_n 為

$$a_n = \frac{1 + \sqrt{8n - 7}}{2} \quad (n \geq 1)$$

- (1) 依序列出 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 、 a_6 、 a_7 的值。（6 分）
- (2) 設 k 為一正整數，試說明 $k^2 - k$ 必為偶數。（4 分）
- (3) 設 k 為一正整數，試證明在數列 $\langle a_n \rangle$ 中，可以找到一個項 a_m 使 $a_m = k$ 。（6 分）

9 1 年 指 定 科 目 考 試 數 學 乙 答 案

第壹部分

題號	答案
1	4
2	3
A	8
B	$(3, \sqrt{5})$
C	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$
D	15
E	56
F	$\sqrt{2}$

第貳部分

一、選甲地投資較有利

二、報章雜誌分配 140 萬元電台分配 150 萬元可達最小花費

290 萬元

三、

$$(1) a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}, a_4 = 3, a_5 = \frac{1 + \sqrt{33}}{2},$$

$$a_6 = \frac{1 + \sqrt{41}}{2}, a_7 = 4$$

$$(2) k^2 - k = k(k - 1)$$

$$(3) \text{令 } m = \frac{k^2 - k + 2}{2} \text{ 則 } a_m = k$$