

## 北一女中數學挑戰甄答題（第八期）

1. 證明：對任意正整數  $n$ ，都有一整數  $m$  使  $(\sqrt{2}-1)^n = \sqrt{m+1} - \sqrt{m}$ 。
2. 證明：多項式  $x^{999} + x^{888} + \dots + x^{111} + 1$  可被  $x^9 + x^8 + \dots + x + 1$  整除。
3. 在  $18 \times 18$  小正方格的圍棋盤的左下角  $3 \times 3$  的正方形格子（9 個小正方格）內各放一只圍棋子。若任意兩小正方格有一共同的邊稱為相鄰，將在兩相鄰的格子 A、B 內的 A 格的棋子越過 B 格的棋子移到與 B 相鄰的 C 格內，此時 A、B、C 三格必須在一直線上，這個動作完成後，稱為走一步棋。試問走有限步棋後，能不能將原來放好的 9 個棋子全部移到左上方的  $3 \times 3$  的正方形格子內？
4. 在一個  $2 \times 10$  的長方形方格表中的 20 個小方格內，恰好不重複地填入 1 到 20 的整數，而且使得任意兩個連續的整數一定是被填入相鄰的小方格內。試問：共有多少種不同的填法？（註：兩個相鄰的小方格是指它們有一個共同的邊。）  
若有  $2n$  格時，則有多少不同的填法？