

北一女中數學挑戰甄答題（第七期）

1. 設 $a > b > c$ ，證明 $a^{2a} b^{2b} c^{2c} > a^{b+c} b^{c+a} c^{a+b}$ 。
2. 若 n 個人在一起聚會，其中每個人都恰好認識 8 個人。已知每兩個互相認識的人都恰好共同認識 4 個人，而且每兩個互不認識的人都恰好共同認識 2 個人。試問，有沒有滿足此條件的 n ？如果有，求出 n 。
3. 設 C_1 、 C_2 兩圓外切於 F ，且它們的一條公切線與 C_1 、 C_2 分別切於 A 、 B 兩點。直線 L 平行於 \overline{AB} 且切圓 C_2 於 C ，而交圓 C_1 於 D 、 E 兩點。證明： $\triangle ABC$ 與 $\triangle BDE$ 的外接圓的公共弦通過點 F 。