

## 北一女中數學挑戰甄答題（第十期）

1. 在正六邊型 ABCDEF 的對角線  $\overline{AC}$ 、 $\overline{EC}$  上分別有一點 P、Q 使

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CQ}}{\overline{CE}} = \frac{1}{\sqrt{3}}。試證：B、P、Q 三點共線。$$

2. 證明：任何面積為 1 的凸四邊形的周長及兩條對角線的長度之和不小於  $4 + 2\sqrt{2}$ 。

3. 設一圓上有  $n$  個點，依序記為  $P_1, P_2, \dots, P_n$ ，並在  $P_1$  的位置上標記 1，其餘的位置標記 0。我們進行下列方式的操作（稱為一次變換）：任選一個標記 1 的位置  $P_k$ ，將此位置上的 1 改記為 0，而將  $P_{k-1}$  及  $P_{k+1}$  位置上所標記的數字也改記：“由 0 改為 1，否則由 1 改為 0”，且  $P_{k+1}$  位置上的標記也由 0 改為 1 或由 1 改為 0（註：如果  $P_k$  為  $P_1$  時， $P_{k-1}$  就是  $P_n$ ，如果  $P_k$  為  $P_n$  時， $P_{k+1}$  為  $P_1$ ）。試問：

(1) 當  $n = 2002$  時，是否能在有限次變換後， $P_1, P_2, \dots, P_{2002}$  上標記的數都變成 0？

(2) 你能找出所有的  $n$ ，在有限次變換後， $P_1, P_2, \dots, P_n$  上標記的都是 0 嗎？