

台北市立第一女子高級中學九十五學年度上學期高一數學競試

一、填充題

1. 求解聯立方程式 
$$\begin{cases} 2x^2 + 5xy + 2y^2 = (x + y) + 7 \\ x^2 + 3xy + y^2 = 3(x + y) - 1 \end{cases}$$

【參考答案】：  $(x,y) = (-2 + \sqrt{33}, -2 - \sqrt{33})$  或  $(-2 - \sqrt{33}, -2 + \sqrt{33})$

2. 求一個三位數，使其與各位數字之和的比為最小。

【參考答案】： 199

3. 若  $a \in \mathbb{Z}$  且  $a > 2006$ ，若方程式  $(x-a)(x-2006) + 2 = 0$  有整數解，則  $a =$  \_\_\_\_\_

【參考答案】：  $a = 2009$

4.  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y} + \frac{1}{(x+1)y} = \frac{1}{2006}$  共有 \_\_\_\_\_ 組整數解

【參考答案】： 96

5. 在一直線上先任意畫上 2006 個相異點後，再將任意兩點的中點也畫上，而任意兩點的取法共有  $\frac{2006 \times 2005}{2}$  種，試求直線上最少可呈現出 \_\_\_\_\_ 點。

【參考答案】： 4011

二、計算題

1. 令  $a, b$  為兩個正整數，建造數列  $\{x_n\}$  使得  $x_1 = a, x_2 = b$ ，且  $x_{n+2} = x_n + x_{n+1} \quad n = 1, 2, 3, \dots$ 。試問在能造出數列  $\{x_n\}$  有一項是 60 中， $a+b$  的最小值為何？

【參考答案】： 4

2. (高一) 連續正整數之和為 2006？試求出所有解。

【參考答案】：  $500+5001+5002+5003=2006, 110+111+\dots+126=2006, 1+2+\dots+58=2006$

3. 如圖，設不相交的兩圓  $O_1, O_2$ ，從  $O_1$  作  $O_2$  的切線  $L_1, L_2$ ，分別交  $O_1$  於  $A, B$ ，切點為  $F, H$ ；

從  $O_2$  作  $O_1$  的切線  $L_3, L_4$ ，分別交  $O_2$  於  $C, D$ ，切點為  $E, G$ 。試證明  $\overline{AB} = \overline{CD}$

【參考答案】： 略

