台北市立第一女子高級中學　九十三學年度數學科競試考題

高二、高三組試卷

複賽試卷（二）

1. 圓內接四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線相交於點 O，設 ΔABO 和 ΔCDO 的外接圓分別為圓 S_1 和圓 S_2，他們的交點為 O 和 K，過點 O 分別作 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 的平行線，他們分別與圓 S_1 和圓 S_2 交於點 L 和 M，在 $\overline{OL}$ 和 $\overline{OM}$ 上取點 P 和 Q，使得 $\overline{OP}:\overline{PL}=\overline{MQ}:\overline{QO}$。證明：$O$、$P$、$K$、$Q$ 四點共圓。

2. 設四角錐 P－$ABCD$ 的底面是一矩形，ΔPAD 為一正三角形，且平面 PAD 與四角錐的底面 $ABCD$ 垂直，

(1) 證明：ΔPAD 過 A 的高是平面 PCD 的垂線。

(2) 若矩形 $ABCD$ 為正方形，則兩平面 APC 與 DPC 的夾角正弦值為何？

3. (1)試證：不存在一完全平方數，其百、十、個位數字依次為 1、2、5。

(2)試找尋所有滿足百、十、個位數字依次為 5、2、1 的完全平方數。

4. 設 a、b、c 為實數，$a+b+c=1$，試證：$\dfrac{a}{2b+c}+\dfrac{b}{2c+a}+\dfrac{c}{2a+b}\geq\dfrac{1}{3}+2\sqrt[3]{abc}$。