

台北市立第一女子高級中學 九十三學年度數學科競試考題  
高二、高三組試卷  
試卷(一)

填充題

1.  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數 ( $x \in R$ )。

試求滿足  $[x] + [2x] + [3x] + [4x] = 2004$  之  $x$  的範圍。\_\_\_\_\_

2. 數列  $\langle x_n \rangle$  滿足  $x_1 = \frac{1}{2}$ ,  $x_{k+1} = x_k^2 + x_k$ , 求

高斯值  $\left[ \frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} + \cdots + \frac{1}{x_{203}+1} \right] =$  \_\_\_\_\_。

3. 若  $n$  為完全平方數，且將  $n$  的個位數字與十位數字刪除之後所得的數仍是一個完全平方數，但  $n$  的個位數與十位數不全為 0，則此自然數  $n$  的最大值為\_\_\_\_\_。

4. 設  $a_1, a_2, \dots, a_n$  為分母 60 的既約分數 (即分子、分母互質)，且  $0 < a_i < 1$ ,

$i = 1, 2, \dots, n$ 。則  $\sum_{i=1}^n \left( \cos \frac{a_i \pi}{2} \right)^2 =$  \_\_\_\_\_。

5. 求  $(u-v)^2 + \left( \sqrt{2-u^2} - \frac{9}{v} \right)^2$  在  $0 < u < \sqrt{2}$ 、 $v > 0$  的條件下之極小值。\_\_\_\_\_