

# 北一女中 89 學年度數學競試(高二、三組) 試題

注意事項：

1. 本試卷共三大題：第一、二大題各 30 分，第三大題 40 分。
2. 考試時間：2 小時
3. 計算紙必須連同答案卷交回
4. 不可使用電算器

一. 試求出所有正整數  $m$ 、 $n$ ，使  $(m+n)^n = m^n + 2000$

二. 已知  $\triangle ABC$  的兩邊  $\overline{CA}$ 、 $\overline{CB}$  分別與圓  $O$  相切於  $P$ 、 $Q$  兩點，且圓心  $O$  在  $\overline{AB}$  邊

上，過  $C$  作  $\overline{CH}$  垂直  $\overline{AB}$ ，而  $H$  為垂足，

(1) 試證： $\overline{CH}$  是  $\angle PHQ$  的角平分線

(2) 試證： $\overline{AQ}$ 、 $\overline{BP}$ 、 $\overline{CH}$  三線共點(即三線交於一點)

三. 試作下列各題(每題 10 分)

1.  $\triangle ABC$  的三邊長  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，所對的角分別為  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ ，若  $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a + b + c} = b^2$

則  $\angle B$  的度量為何？

2. 解方程式  $[x] + [2x] + [4x] = 2000$ ，其中  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數。

3. 找出所有大於 1 正整數  $n$ ，使  $1 + 9^1 + 9^2 + 9^3 + \cdots + 9^{n-1}$  為完全平方數。

4. 為美化環境，擬在校園內種一排樹，共種 7 棵，有欒樹與梓樹可供選擇，但不能有兩棵樟樹相鄰，請問有多少種法？