

北一女中九十五學年度第二學期第二次期中考高二理組數學科試題

一、是非題（請判斷下列敘述是否正確，對的寫○，錯的寫×）：20%（每題4分）

1. 1~100 的正整數中，4 或 6 的倍數有 $\left\lceil \frac{100}{4} \right\rceil + \left\lceil \frac{100}{6} \right\rceil - \left\lceil \frac{100}{24} \right\rceil = 37$ 個。

2. 將 3 封不同的信投入 2 個不同的信箱中，投法如下：

以信箱為思考對象，第 1 個信箱可以收到 3 封信中的 1 封信，2 封信，3 封信，有 3 種收信方法；同樣地，第 2 個信箱也有 3 種收信方法，可知共有 $3 \times 3 = 9$ 種不同的方法，即：9 種不同的投法。

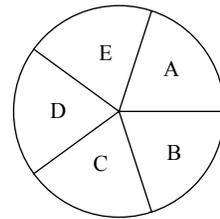
3. 甲乙丙丁戊己 6 人排成一列，甲不排首且乙不排尾的方法有 $6! - 5! - 5! = 480$ 種

4. 把 10 本不同的書全部分給 9 個人，每人至少得 1 本的分法如下：

第一步，先從 10 本不同的書中任取 9 本分給 9 個人，有 $C_9^{10} \cdot 9!$ 種分法；第二步，將餘下的 1 本書分給 9 個人，有 9 種分法，可知共有 $9C_9^{10} \cdot 9! = 9(10)!$ 種不同的分法。

5. 如右圖是一個不可旋轉與翻面的圓，想用紅、黃、藍三種顏色塗 ABCDE，同色不相鄰的塗法如下：

首先塗 A，有 3 種塗法；然後塗 B、C、D，各有兩種塗法；最後塗 E，因為 E 與 A、D 相鄰不可同色，因此 E 只有 1 種塗法，可知共有 $3 \cdot 2^3 = 24$ 種不同的塗法。

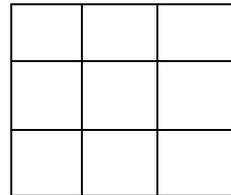


二、多重選擇題：35%（第 6,7 題每題 10 分；第 8 題 15 分）

6. 小皮在地上畫了一個九宮格，然後在 9 格中每一格內填入 ○ 或 ×，則其填法有：

(A) 2^9 (B) 9^2 (C) H_9^2

(D) H_2^9 (E) $C_0^9 + C_1^9 + C_2^9 + \dots + C_9^9$ 種



7. $(1+x^2)^{10}$ 展開式中合併同類項後，試問下列何者正確？

(A) 共有 21 種相異項 (B) x^6 的係數為 C_6^{10} (C) 奇次項係數和=偶次項係數和

(D) 所有係數和=1024 (E) $\sum_{k=1}^{10} (1+x^2)^k$ 展開式中 x^6 的係數為 330

8. 下列是有關圓錐曲線的光學性質，請選出正確的敘述：

(A) 光線沿 $y=2$ 前進，在拋物線 $\Gamma: y^2=4x$ 的內部碰到一點 A 後，反射到 Γ 上另一點 B，則 $\overline{AB} = 4$

(B) 已知點 $A(2,1)$ ， F 為拋物線 $\Gamma: y^2=4x$ 的焦點；若 P 為 Γ 上任一點，則 $\overline{PA} + \overline{PF}$ 的最小值為 3

(C) 已知點 $A(2,1)$ ， F 與 F' 為橢圓 $x^2 + 3y^2 = 7$ 的兩焦點；則 $\angle FAF'$ 的角平分線方程式為 $2x+3y=7$

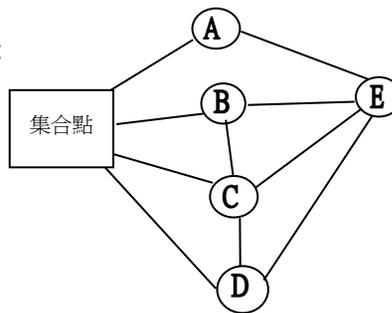
(D) 已知 F 與 F' 為橢圓 $x^2 + 3y^2 = 7$ 的兩焦點，一光線由 F 沿 $\vec{v} = (-1,1)$ 方向射出，經兩次反射回到 F ，若兩次反射點為 A 、 B ，則 $\triangle FAB$ 周長為 14

(E) 已知點 $A(2,1)$ ， F 與 F' 為雙曲線 $x^2 - 3y^2 = 1$ 的兩焦點；則 $\angle FAF'$ 的角平分線方程式為 $2x-3y=1$

三、填充題：45% (請計算出最後結果，答案不得含階乘、組合符號)

愛麗絲跟著兔子跳進樹洞後，穿越了時光隧道，經歷了以下的奇幻大冒險：

1. 首先她在森林裏被大蝴蝶追，驚險地逃過一劫，來到廣闊的綠野，正巧遇到毛毛蟲學園舉辦校外生態教學，參觀珍奇花卉展，展區有ABCDE五區(如圖所示)，大毛老師要求小毛們由集合點出發，一定要觀賞不同3區後回到集合點(每一展區只能經過一次且路徑不重複)，則共有 (a) 種不同的參觀路線。

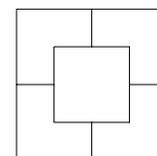


愛麗絲趁小毛們參觀時向大毛老師問道：「您可瞧見一隻兔子經過這裏？」大毛老師笑咪咪的點點頭，手指著西南邊的一座城堡方向，並說著許多愛麗絲聽不懂的話，愛麗絲道謝後，繼續往城堡方向前進。

2. 城堡裡國王、皇后正在喝下午茶並一邊商議國事：

(1) 打算由6名樹科醫生和4名花科醫生中,選出5人組成醫療小組送醫下鄉，既要有樹科醫生也要有花科醫生的選派方法共有 (b) 種。

(2) 花園裡有一方形可旋轉花圃(如圖所示)，皇后每天早晨散步會繞行花圃賞花，現在打算每一格內分別要種玫瑰、百合、風信子、桔梗、鬱金香5種花卉，則皇后可能觀賞到的不同花卉排列共有 (c) 種。



(3) 喝完茶，國王、皇后決定打木球，要由身邊的撲克牌士兵6人中各選兩人分別與國王、皇后搭檔，組成各3人的2隊，其餘的兩士兵則當啦啦隊為皇后加油，請問分組方法共有 (d) 種。

結果木球比賽一點也不公平，因為大家都讓著皇后，愛麗絲忍不住抗議，引起皇后勃然大怒，下令抓她。

愛麗絲飛快逃離，半途看見一棵枝葉茂密的大樹，趕緊爬上樹躲藏起來。「嗨，妳好！」，愛麗絲嚇了一跳，抬頭看，上方坐著一隻微笑的貓咪正向她打招呼；於是他們就聊了起來：

3. 微笑的貓告訴愛麗絲牠很講究穿著，左右兩隻前腳各有一隻專用的手套，左右兩隻後腳則各有一隻專用的襪子和靴子，每天早上把這六樣都穿戴好才出門，愛麗絲算算發現牠依穿戴次序之不同變化共有 (e) 種穿法。

4. 接著，愛麗絲告訴微笑的貓，她在學校答出了數學有獎徵答的挑戰題：『如果一組7位數字 ABCDEFG，前三碼 ABC 恰好跟 DEF 或 EFG 相同(可以二者皆相同)，稱這組號碼是可記憶性的，假設每一個數字都是從 0,1,2,3,...,9 中任選的一個數字，則共有 (f) 種不同的可記憶性號碼組。』

5. 微笑的貓很佩服愛麗絲，於是告訴她一個秘密:只要能解開貓頭鷹博士樹屋裡保險箱的五位數密碼，就有機會回家。博士熱愛上升數(象徵步步高昇)，所謂上升數即：一正整數由左到右的位數是由小到大排列的數，如 24589，(而五位數中有 $C_5^9 = 126$ 個上升數，其中第1個是 12345)，博士保險箱設定的密碼正是由小而大排列的第 100 個上升數 (g)。

聰明的愛麗絲當然順利的打開了保險箱，她發現裡面隱密地存放著兩物件：一個透明罐子和一個資料袋。

6. 罐子裡有七種顏色的神奇藥丸各 10 顆，罐子外頭寫著：任意取三顆來吃，就能產生變聲作用，可模仿出不同的鳥叫聲，則所有不同的變聲法共有 (h) 種。

7. 愛麗絲打開資料袋，原來裡面是博士畫的密道地圖(如右圖所示)，詳讀後她發現自己必須由現在位置 A 處，沿線走捷徑到樹洞洞口 B 處，才能回家，則她可有 (i) 種不同的走法。



當愛麗絲走到樹洞洞口時，發現戴著懷錶的兔子正在那兒等著向她道別：「愛麗絲再見囉，後會有期！」

北一女中九十五學年度第二學期第二次期中考高二理組數學科答案卷

高二__班__號 姓名_____

一、是非題（對的寫○，錯的寫×）：20%（每題4分）

1		2		3		4		5	
----------	--	----------	--	----------	--	----------	--	----------	--

二、多重選擇題：35%（第6,7題每題10分；第8題15分）

6		7		8	
----------	--	----------	--	----------	--

三、填充題：45%（請計算出最後結果，答案不得含階乘、組合符號）

a		b		c		d	
e		f		g		h	
i							

北一女中九十五學年度第二學期第二次期中考高二理組數學科答案卷

高二__班__號 姓名_____

一、是非題（對的寫○，錯的寫×）：20%（每題4分）

1	×	2	×	3	×	4	×	5	×
----------	---	----------	---	----------	---	----------	---	----------	---

二、多重選擇題：35%（第6,7題每題10分；第8題15分）

6	AE	7	DE	8	ABE
----------	----	----------	----	----------	-----

三、填充題：45%（請計算出最後結果，答案不得含階乘、組合符號）

a	14	b	246	c	30	d	90
e	$\frac{6!}{2!2!} = 180$	f	19990	g	24789	h	84
i	100						