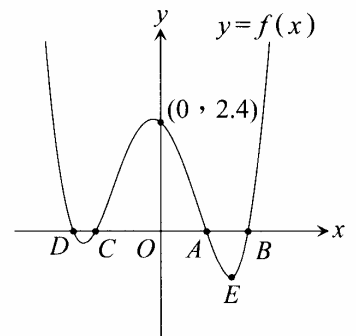




貳、多重選擇題 (30%)

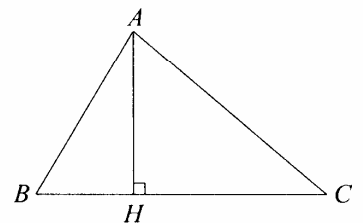
說明：第 6 至 11 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

6. 設四次函數  $y=f(x)$  的圖形如右圖所示，若  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點的  $x$  坐標依次為  $1$ ， $2$ ， $-1.5$ ， $-2$ ，且最低點  $E$  的坐標為  $(m, n)$ ，下列敘述正確的有哪些？



- (1)  $f(\sqrt{2}) < 0$
  - (2) 函數  $y=f(x)$  的最小值為  $n$
  - (3) 不等式  $f(x) > 0$  的解為  $x > 2$  或  $-1.5 < x < 1$  或  $x < -2$
  - (4) 四次方程式  $f(x)=0$  會有  $1, 2, -1.5, -2$
  - (5) 四次方程式  $f(x)=3$  會有 4 個實數解
7. 設平面上有二直線  $L_1: 2x+y+1=0$ ， $L_2: 3x+6y+5=0$ ，則關於兩直線的交角平分線，下列敘述正確的有哪些？
- (1)  $L_1$  與  $L_2$  的銳角角平分線的斜率小於 0
  - (2) 藉由方程式  $|2x+y+1|=|3x+6y+5|$  的整理化簡，可得  $L_1$  和  $L_2$  的交角平分線方程式
  - (3)  $L_1$  和  $L_2$  的銳交角平分線方程式可經由  $3(2x+y+1)=3x+6y+5$  的化簡得到
  - (4)  $L_1$  和  $L_2$  的銳交角平分線方程式可經由  $-3(2x+y+1)=3x+6y+5$  的化簡得到
  - (5) 任意兩條直線的交角平分線方程式之斜率乘積皆為  $-1$

8. 如右圖所示， $\overline{AH}$  為  $\triangle ABC$  中  $\overline{BC}$  邊上的高，且  $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=40^\circ$ ，若  $a=\overline{AB} \cdot \overline{AH}$ ， $b=\overline{AH} \cdot \overline{AC}$ ， $c=\overline{AH} \cdot \overline{BC}$ ， $d=\overline{BC} \cdot \overline{AC}$ ， $e=\overline{BC} \cdot \overline{AB}$ ，下列敘述正確的有哪些？

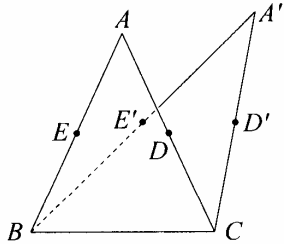


- (1)  $a > b$
- (2)  $a > c$
- (3)  $d > b$
- (4)  $e > d$
- (5)  $b > e$

9. 橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ ，兩焦點為  $C_1, C_2$ ， $P$  為橢圓上的動點，但  $P$  不在  $y$  軸上。下列敘述正確的有哪些？
- (1) 恰有二相異點，可使  $\triangle PC_1C_2$  等腰三角形
  - (2)  $\triangle PC_1C_2$  可以是銳角三角形，直角三角形，鈍角三角形中任何一種
  - (3) 若平面上另有一點  $Q$  落在橢圓  $\Gamma$  外部，則  $\triangle QC_1C_2$  的周長大於  $8 + 2\sqrt{7}$
  - (4)  $\triangle PC_1C_2$  的周長值並不唯一
  - (5)  $\triangle PC_1C_2$  的面積最大值是  $3\sqrt{7}$
10. 假設你與兩位朋友一起吃飯，並且事先約定以下列方式決定由誰付賬：每人輪流擲一公正硬幣一次，若其中一人所擲出的結果與其他兩人不同，則由他付賬；如果三人所擲出的結果皆相同，則三人平均分攤。下列敘述正確的有哪些？
- (1) 只由你獨自付賬的機率  $\frac{1}{8}$
  - (2) 只由一人獨自付賬的機率  $\frac{3}{8}$
  - (3) 只由一人獨自付賬的機率  $\frac{3}{4}$
  - (4) 三人平均分攤的機率  $\frac{1}{8}$
  - (5) 三人平均分攤的機率  $\frac{1}{4}$
11. 某校高一數學測驗， $X$  表示 1000 位參加考試同學的個人成績，已知平均分數  $\bar{X} = 40$  分，標準差  $S_x = 5$  分，該校數學老師認為因題目過難而使成績普遍不佳，將每位同學的成績依下列方法作調整： $Y = 10 \left[ \frac{(X - \bar{X})}{S_x} + 7 \right]$ ，下列敘述正確的有哪些？
- (1) 新成績的平均分數  $\bar{Y} = 60$  分
  - (2) 新成績的標準差  $S_y = 5$  分
  - (3) 新成績的標準差  $S_y = 10$  分
  - (4) 原始成績達 35 分的同學，經調整分數後即可達到及格分數 60 分
  - (5) 若此次測驗的成績分佈為常態分配，經調整分數後可達到及格分數 60 分的人數超過 800 人

第二部分：選填題 (45%)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (⑫-⑳)。  
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 3 + 5$ ,  $a_3 = 7 + 9 + 11$ ,  $a_4 = 13 + 15 + 17 + 19$ ,  $\dots$ , 且  $a_k$  表示  $a_{k-1}$  之末項的下一個奇數開始連續  $k$  個奇數的和 ( $k$  為大於 1 之整數), 則  $a_{10} =$  ⑫⑬⑭⑮。
- B. 設空間中一正立方體的體積為 18, 今連接其各面的中心點, 可得一正八面體, 則此正八面體的體積為 ⑯。
- C. 如右圖：在空間中,  $\triangle ABC$  與  $\triangle A'BC$  為邊長 2 的正三角形, 且這兩個正三角形所張開的二面角的角度為  $60^\circ$ 。若  $D$ 、 $E$  分別為  $\overline{AC}$ 、 $\overline{AB}$  的中點, 且  $D'$ 、 $E'$  分別為  $\overline{A'C}$ 、 $\overline{A'B}$  的中點, 則線段  $\overline{DE'}$  的長為  $\frac{\sqrt{17}}{18}$ 。
- 
- D. 設  $\triangle ABC$  為平面上的一個三角形,  $P$  為此三角形內部之一點 (含邊界), 若  $\triangle ABC$  的面積為 8, 且  $\overline{AP} = t\overline{AB} + \frac{1}{4}\overline{AC}$ , 其中  $t$  為一實數, 則  $\triangle ACP$  的最大面積為 ⑲。
- E. 設空間座標系中, 球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 8z + 20 = 0$  與平面  $E: y + z + 5 = 0$  交出一圓  $C$ , 若圓  $C$  在  $xy$  平面上的投影為橢圓  $\Gamma$ , 問  $\Gamma$  的中心點坐標為何?  
(⑳, ㉑, ㉒)。
- F. 在平面  $E: x + 2y - z = 3$  上, 有一雙曲線  $\Gamma$ , 已知此雙曲線的貫軸所在直線方程式為  $x = y - 1 = \frac{z + 1}{3}$ , 若  $\Gamma$  其中一支的正焦弦兩端點分別為  $P(-5, 7, 6)$  與  $Q(9, b, c)$ , 求  $b + c$  的值 = ㉔。
- G. 從一塊  $8 \times 8$  的固定正方形棋盤 (每行、每列各有 8 格) 上, 選取兩個方格, 使這兩個方格不在同一行也不在同一列, 試問選法有多少種? ㉕⑹⑺⑻。
- H. 由  $(\sqrt{3}x + \sqrt[3]{2})^{100}$  展開所得的  $x$  的多項式中, 係數為有理數的共有多少項? ㉙⑺。
- I. 過  $F(3, 0)$  的直線交拋物線  $y^2 = 12x$  於  $P, Q$  兩點, 過  $P, Q$  兩點做  $y$  軸垂線, 分別交  $y$  軸於  $R, S$ , 若  $\overline{PF} : \overline{FQ} = 3 : 1$ , 則梯形  $PQSR$  面積值 = ㉛⑺ $\sqrt{33}$ 。

台北區公立高中九十四學年度第一學期期末學力測驗模擬考詳解

第一部份：選擇題

一、單一選擇題

1、(1)      2、(3)      3、(4)      4、(5)      5、(4)

二、多重選擇題

6、(1)(2)(3)(4)      7、(1)(4)      8、(2)(3)(5)  
9、(2)(3)(5)      10、(3)(5)      11、(3)(4)(5)

第二部份：選填題

A、1000      B、3      C、 $\frac{\sqrt{7}}{2}$       D、6      E、(1, -2, 0)

F、3      G、1568      H、17      I、 $40\sqrt{3}$