

北一女中九十四學年度上學期高三(理組)數學科期末考題

一、多重選擇題(1~6 每題 5 分，第 7 題 10 分，共 40 分)：

1. 直線  $L: ax + by = c$ ，而不等式  $ax + by < c$  的圖形為  $L$  左方之半平面，且原點亦在此不等式形成的區域內，則下列何者一定為正值？

- (1)  $a$       (2)  $b$       (3)  $c$       (4)  $L$  的  $x$  截距      (5)  $L$  的  $y$  截距

2. 設  $F$  為坐標平面上由不等式  $4|x-1| + 3|y| \leq 12$  所定義之區域，下列敘述何者正確？

- (1)  $F$  為菱形      (2)  $F$  依  $y$  軸形成對稱      (3)  $5x - 3y$  在  $F$  上的最小值為  $-10$   
 (4) 在  $F$  上使  $4x - 3y$  發生最小值的點有無數多個  
 (5) 在  $F$  上使  $4x - 3y$  發生最大值的格子點恰有 2 個

3. 若  $P(a,b)$  位在三直線  $x - 2y = 4$ ,  $2x + y = 4$ ,  $-2x + y = 2$  所圍成的三角形區域內部，則

- (1)  $a - 2b \geq 4$       (2)  $2a + b \leq 4$       (3)  $-2a + b \geq 2$   
 (4)  $a + b \geq -6$       (5)  $a + b < 10$

4. 已知  $x, y$  均大於 0，且  $x + y = 6$ ，下列何者為真？

- (1)  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  的最小值為 4      (2)  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  的最小值為  $\frac{25}{6}$       (3)  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  無最小值  
 (4) 當  $\frac{4}{x} = \frac{9}{y}$  時， $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  有最小值      (5) 當  $\frac{2}{x} = \frac{3}{y}$  時， $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  有最小值

5. 下列敘述何者正確？

- (1) 若  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ ，則  $2a + b + 2c - 1$  的最大值與最小值的和為 0  
 (2) 若  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ ，則  $2a + b + 2c - 1$  與  $2a + b - 2c - 1$  的最大值相等  
 (3) 若  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ ，則  $2a + b + 2c - 1$  發生最大值的  $a$  值等於  $2a + b - 2c - 1$  發生最大值時的  $a$  值  
 (4) 若  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ ，則  $2a + b + 2c - 1$  發生最小值的  $c$  值等於  $2a + b - 2c - 1$  發生最小值時的  $c$  值  
 (5) 若  $2a + b + 2c = 9$ ，則使  $a^2 + b^2 + c^2$  得最小值的數對  $(a, b, c)$  不只一組

6. 已知  $x \geq 5$ ，若  $f(x) = x^2 - 6x + 7$ ， $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 6x + 7)$ ，則

- (1)  $f(x)$  的最小值為 7      (2)  $f(x)$  的最小值為 -2      (3)  $f(x)$  的最小值為 2  
 (4)  $g(x)$  的最小值為 -1      (5)  $g(x)$  的最大值為 -1

7. 設三角函數  $f(x) = \sin 2x$ ， $g(x) = \sin x$ ，其中  $x \in \mathfrak{R}$ ，下列敘述何者正確？

- (1)  $f(x + \pi) = f(x)$       (2) 當  $x < \frac{\pi}{8}$  時， $f(x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (3) 當  $x = \frac{5\pi}{3}$  時，可使  $f(x) = g(x)$       (4) 當  $\pi < x < \frac{5}{3}\pi$  時，可使  $f(x) > g(x)$   
 (5) 不等式  $f(x) > g(x)$  的解為  $0 + 2n\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2n\pi$  或  $\frac{5\pi}{3} + 2n\pi < x < 2\pi + 2n\pi$  ( $n \in \mathbb{Z}$ )

二、填充題(除第 1,4,6 格每格 6 分外，其餘每格 7 分，共 60 分)：

1. 當  $h(\theta) = 5 \sin \theta - 12 \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) 的最大值發生，此時  $\cos \theta =$  (1)

2. 設多項函數  $f(x) = x^6(x+1)^5(x+4)(x-2)(x-3)$ ，若方程式  $f(x) = 0$  的不同整數解有  $m$  個，而使不等式  $f(x) \leq 0$  成立的不同整數解有  $n$  個，則數對  $(m, n) =$  (2)

3. 有一銳角 $\triangle ABC$ ，其中 $\overline{AB} = 7$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 5$ ，若 $\triangle ABC$ 的三邊長各減去一正數 $x$ 後，新的三角形為鈍角三角形，求此正數 $x$ 的範圍為(3)

4. 解下列指對數不等式：

(1)  $10^{x^2+x-12} < 10^{3x-4}$ ，其解為(4)

(2)  $\log(x^2 + x - 12) < \log(3x - 4)$ ，其解為(5)

5. 設 $F$ 為坐標平面上由下列不等式組所定義之區域：

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - y \geq -3 \\ 3x + y \geq 3 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

(1) 試求 $Z = 2x + y$ 在 $F$ 上的最大值(6)

(2) 若 $W = y - ax$ 在點 $(1, 0)$ 得最小值，則實數 $a$ 的範圍是(7)

6. 設聯立不等式 $\begin{cases} -2 \leq 2x + y \leq 3 \\ -3 \leq 3x - y \leq 7 \end{cases}$ 之解 $(x, y)$ 所形成的區域為 $R$ ，且 $R$ 中 $x$ 的最大值為 $A$ ， $y$ 的最大值為 $B$ ， $x+y$ 之最大值為 $C$ ，則 $A+B-C$ 之值=(8)

7. 某人有一層70坪大的樓房，欲分租給學生；規劃房間有兩種，大房每間佔6坪，可住兩名學生，月租每人2500元，小房每間4坪，可住一名學生，月租3500元。但大房裝潢費用每間8000元，小房每間6000元，此人欲拿出十萬元裝潢屋子且學生來源不用顧慮，則在隔大房 $a$ 間、小房 $b$ 間下得最大租金收益時，

數對 $(a, b) =$ (9)

-----請沿線撕下-----

三年\_\_\_\_班\_\_\_\_號\_\_\_\_\_

一、(1~6 每題 5 分，第 7 題 10 分，共 40 分)：

1	2	3	4	5	6	7
134	1345	245	25	23	35	134

二、(除第 1,4,6 格每格 6 分外，其餘每格 7 分，共 60 分)：

1(6分)	2	3
$-\frac{12}{13}$	(5,7)	$2 < x < 4$
4(6分)	5	6(6分)
$-2 < x < 4$	$3 < x < 4$	12
7	8	9
$-3 \leq a \leq 0$	2	(5,10)