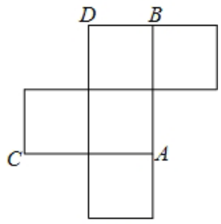
一、選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

1. 在空間坐標系中，下列哪些選項是正確的？

(1) $3x-2z=0$ 的圖形是一直線.　　(2) $\begin{cases}x=2\\z=3\end{cases}$ 的圖形是一直線.

(3) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{3}$ 與 $\begin{cases}3x-2z=0\\5x-2y=0\end{cases}$ 的圖形完全相同.　(4) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{3}$ 的圖形與 $x-y+z+3=0$ 的圖形平行.

(5) $\frac{x}{2}=\frac{y}{5}=\frac{z}{3}$ 的圖形與 $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{5}$ 的圖形垂直.



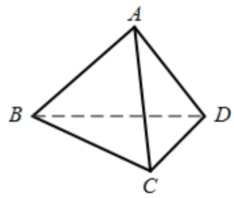
《圖1》

圖《1》是一個無蓋正方體盒子的展開圖，將它組合成正方體.

2. 組合後的正方體，哪些選項是正確的？

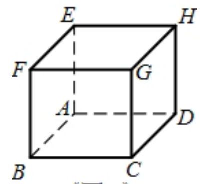
(1) $\overline{AB}\perp\overline{BD}$ (2) $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$ (3) $\overline{AB}\perp\overline{AC}$ (4) $\overline{AD}$ 與 $\overline{BC}$ 歪斜 (5) $\angle CAD<45°$.

3. 組合後的正方體中，$\angle ABC$ 為 (1) $180°$　(2) $120°$　(3) $60°$　(4) $45°$　(5) $90°$.



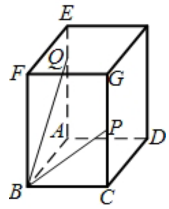
4. 正四面體(如圖2) $ABCD$ 的稜長為 2，P, Q, R 分別為 $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{CD}$ 中點，下列各值何者大於 1？(1) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$　(2) $\overline{AB}\cdot\overline{PQ}$　(3) $\overline{AP}\cdot\overline{AR}$　(4) $\overline{AC}\cdot\overline{PR}$　(5) $\overline{QP}\cdot\overline{QR}$.

二、填充題：(每格 6 分，共 66 分)



《圖3》

1. 在空間中，正立方體 $ABCD-EFGH$，如《圖3》所示.
若 $ABCD$ 所在的平面方程式為 $2x-y+2z+6=0$，且 $E(-7,5,-7)$．則
(a) $EFGH$ 所在的平面方程式為【①】　　(b)此立方體的邊長為【②】
(c) A 點的坐標為【③】

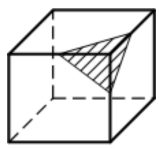


《圖4》

2. 長方體 $ABCD-EFGH$，如《圖4》所示．其三稜 $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE}$ 的長分別 3, 2, 4.
P 為 $\overline{CG}$ 的中點，Q 在 $\overline{AE}$ 上且 $\overline{AQ}:\overline{QE}=3:1$.
(a)通過 PBQ 三點的平面將此長方體截成兩部分，其截面為【④】邊形.
(b) $\cos\angle PBQ=$【⑤】　　(c)兩歪斜線 $\overline{BP}$ 與 $\overline{DQ}$ 的距離為【⑥】

3. 已知二直線 L_1, L_2 相互垂直，其中 L_1：$\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{1}$，$L_2$：$\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$，
(a)若以 L_1 為軸，將 L_2 旋轉一周得一平面，則此平面方程式為【⑦】.
(b) L_1 與 L_2 的交點為【⑧】　　(c)包含直線 L_1 與 L_2 的平面方程式為【⑨】

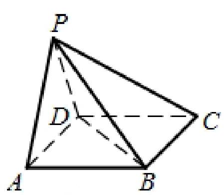
p2


《圖5》

4. 連接正方體的一個頂點與相鄰的三稜邊中點，會形成一個四面體，如《圖5》所示，如此在各頂點的三稜邊繼續進行上述步驟，共可得 8 個四面體，若原正方體的體積為 24，今將此 8 個四面體切除，則剩下的立體體積為【⑩】.

5. 設平面 E：$ax+by+cz=1$ 與原點的距離為 d，若 $A(2, 3, 6)$ 在平面 E 上，則 d 的最大值為【⑪】.

三、計算證明題：(每小題7分，共14分)



《圖6》

1. 四角錐 $P-ABCD$(如圖 6)，底面 $ABCD$ 是正方形，側面 ΔPAD 是正三角形，ΔPAD 垂直底面 $ABCD$.
(1)若 E 為 $\overline{PD}$ 中點，試證 $\overline{BE}\perp\overline{PD}$.
(2)若 ΔPAD 與 ΔPBD 所夾的二面角為 θ，求 $\cos\theta$.

北一女中94學年度第一學期第二次期中考試高二(理組)數學科答案卷

一、選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4
2 3 4	1 4 5	3	1 4

二、填充題：(每格 6 分，共 66 分)

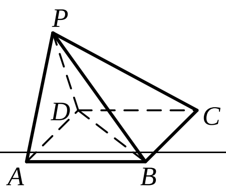
①	②	③	④
$2x-y+2z+33=0$	9	$(-1, 2, -1)$	5
⑤	⑥	⑦	⑧
$\frac{1}{2}$	3	$2x+y+z=1$	$(1, 0, -1)$
⑨	⑩	⑪	
$y-z=1$	20	7	

三、計算證明題：(每小題 7 分，共 14 分)

1.四角錐 $P-ABCD$(如圖)，底面 $ABCD$ 是正方形，側面 ΔPAD 是正三角形，ΔPAD 垂直底面 $ABCD$.

(1)若 E 為 $\overline{PD}$ 中點，試證 $\overline{BE}\perp\overline{PD}$.

(2)若 ΔPAD 與 ΔPBD 所夾的二面角為 θ，求 $\cos\theta$.



【解法一】

(1) ΔPAD 垂直底面 $ABCD$ 且 $\overline{AB}$ 垂直交線 $\overline{AD}\Rightarrow\overline{AB}\perp\Delta PAD$

$\because E$ 是正 ΔPAD 的中線，$\therefore\overline{AE}\perp\overline{PD}$

故由三垂線定理，得 $\overline{BE}\perp\overline{PD}$

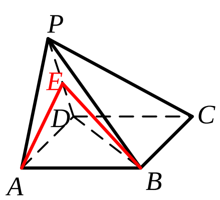
(2)由(1)知 $\angle AEB=\theta$，ΔAEB 中，$\overline{AB}\perp\overline{AE}$，設 $\overline{AB}=2$，$\overline{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}=\sqrt{3}$，$\Rightarrow\overline{BE}=\sqrt{7}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

【解法二】

建立空間坐標系，設 $D(0,0,0)$，$A(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，$P(1,0,\sqrt{3})$. E 為 $\overline{PD}$ 中點 $\Rightarrow E(\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2})$

(1) $\overline{BE}\cdot\overline{PD}=(-\frac{3}{2},-2,\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot(-1,0,-\sqrt{3})=0$. $\therefore\overline{BE}\perp\overline{PD}$.

(2)由(1)知 $\angle AEB=\theta$，$\cos\theta=\frac{\overline{EA}\cdot\overline{EB}}{|\overline{EA}||\overline{EB}|}=\frac{3}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$



北一女中94學年度第一學期第二次期中考試高二(理組)數學科答案卷

班級 :_____ 座號:_____ 姓名:_____________

一、選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

1	2	3	4

二、填充題：(每格 6 分，共 66 分)

①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	⑧
⑨	⑩	⑪	

三、計算證明題：(每小題 7 分，共 14 分)

1.四角錐 $P-ABCD$(如圖), 底面 $ABCD$ 是正方形, 側面ΔPAD 是正三角形, ΔPAD 垂直底面 $ABCD$.

(1)若 E 為 $\overline{PD}$ 中點, 試證 $\overline{BE} \perp \overline{PD}$.

(2)若ΔPAD 與ΔPBD 所夾的二面角為θ, 求 $\cos\theta$.