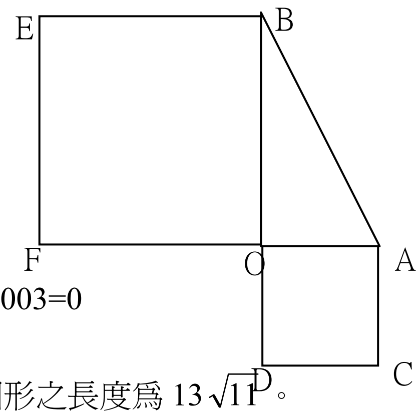
北一女中 94 學年度第一學期高二理組第一次期中考數學科試題

班別：
姓名：　　　　　　　　座號：

一、多選題　：(每題 8 分　共 32 分)



(　　) 1. ΔOAB 中，$\overline{OA}\perp\overline{OB}$，$\overline{OA}=3$，$\overline{OB}=4$，分別以 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$ 爲邊，

作正方形 $OACD$ 與 $OBEF$，令 $\overline{OA}=\vec{a}$，$\overline{OB}=\vec{b}$，則下列何者爲真？

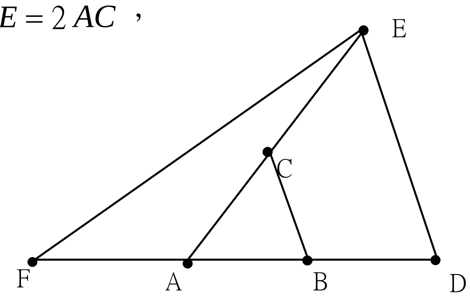
(A) $\overline{BF}=-\frac{4}{3}\vec{a}+\vec{b}$　(B) $\overline{BC}=\vec{a}+\frac{7}{4}\vec{b}$　(C) $\overline{BC}\cdot\overline{BF}=16$　(D) ΔBCF 的面積爲 20。

(　　) 2.設 $A(-669，2005)$，$B(131，805)$，則下列何者爲真？：

(A) 當 $0\le t\le 1$ 時，S：$\begin{cases}x=-669+2t\\ y=2005-3t\end{cases}$ 表線段 $\overline{AB}$　(B)直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 的方程式爲 $3x+2y-2003=0$

(C) 線段 $\overline{AB}$ 上的格子點有 401 個　(D) 當 $38\le t\le 49$ 時，S：$\begin{cases}x=-669+2t\\ y=2005-3t\end{cases}$ 所表圖形之長度爲 $13\sqrt{11}$。

(　　) 3. $\triangle ABC$ 中，如圖：延長 $\overrightarrow{AB}$ 使 $\overline{AD}=2\overline{AB}$，延長 $\overrightarrow{BA}$ 使 $\overline{AF}=\overline{AB}$，延長 $\overrightarrow{AC}$ 使 $\overline{AE}=2\overline{AC}$，



$\overline{AP}=\alpha\ \overline{AB}+\beta\ \overline{AC}$，若 P 落在 $\triangle DEF$ 內部(含邊界)，則下列何者爲真？

(A) $-1\le\alpha\le 2$　(B) $0\le\beta\le 2$　(C) $\alpha+\beta\le 2$　(D) $-2\le 2\alpha-\beta$

(　　) 4. 設 $|\bar{u}|=3$，$|\bar{v}|=2$，$\bar{u}\cdot\bar{v}=-3$，且 $\bar{u}$ 與 $\bar{v}$ 的夾角爲 θ，則下列何者爲真？

(A) $\theta=120°$　(B) $|\bar{u}+2\bar{v}|=7$　(C) $\bar{u}$ 在 $\bar{v}$ 方向上的正射影爲 $-\frac{3}{4}\bar{v}$

(D) $\bar{u}$、$\bar{v}$ 所展開之平行四邊形的面積爲 $3\sqrt{3}$。

二、填充題　：(每格 6 分　共 60 分)

1 .設坐標平面中，$A(2，1)$，$B(7，x)$，$C(y，3)$，$D(3，9)$，

(1)若 $\overline{AB}=2\overline{CD}$，且 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的方向相反，則數對$(x, y)=$____(A)____。

(2) 若 A，B，C 三點共線，則 x,y 的關係式爲____(B)____。

2.已知四邊形 OACB 中，$\overline{OC}=5\overline{OA}-3\overline{BA}$，求$\Delta ABO$ 之面積：ΔABC 之面積 $=$____(C)____。

3. ΔABC 中，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$ 於 E，D 爲 $\overline{BE}$ 上之任一點，若 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{AC}=7$，則 $\overline{AC}\cdot\overline{AD}=$____(D)____。

4.若 L_1：$3x+4y-5=0$，L_2：$5x+12y-3=0$，L_3：$6x+py+q=0$ 則

(1) L_3 與 L_1 平行，且 A(1，2) 與 L_3 距離爲 2，則 $p+q=$____(E)____。

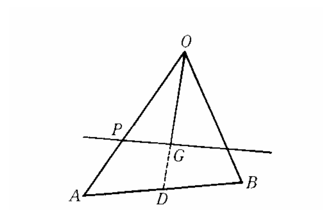
(2) L_1、L_2 所夾鈍角之角平分線方程式爲____(F)____。

5. (1)通過點 (1，0) 且與直線 L：$3x-4y-5=0$ 夾 45°角的直線方程式爲____(G)____。(有二解)

(2)設 $P(x, y)$ 爲直線 L：$3x-4y-5=0$ 上的動點，求 $(x+1)^2+(y-2)^2$ 的最小值 $=$____(H)____。

6. ΔOAB 之重心 G，過 G 之直線與邊 $\overline{OA}$，$\overline{OB}$ 交於 P，Q 點(如圖)，若 $\overline{OP}=h\overline{OA}$，$\overline{OQ}=k\overline{OB}$，

且已知 $\frac{a\triangle OPQ}{a\triangle OAB}=\frac{9}{20}$，求 $h^2+k^2=$____(I)____。



7 設 $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$，$\bar{a}\cdot\bar{b}=-1$，$\bar{b}\cdot\bar{c}=-2$，$\bar{c}\cdot\bar{a}=-3$，則 $|\bar{a}-2\bar{b}-3\bar{c}|=$____(J)____。

三、非選題：(請任選一題　共 8 分，須有計算過程)

1. 計算題：

設ΔABC 中，D 爲 $\overline{BC}$ 上一點，且 $\overline{BD}:\overline{BC}=1:2$，$E$ 爲 $\overline{AB}$ 上一點，且 $\overline{BE}:\overline{BA}=3:5$，若 $\overline{CE}$ 與 $\overline{AD}$ 兩線段相交於 F，則

(1) $\overline{AF}:\overline{DF}=$________，(4 分)

(2)若 $\overline{BF}=\alpha\ \overline{BA}+\beta\ \overline{BC}$，則數對 $(\alpha，\beta)=$________。(4 分)

2. 偵錯題：甲生解一數學題：”a，b 爲二正數，求 $(a+\frac{25}{b})(b+\frac{4}{a})$ 之最小值爲________。” 解法如下：請說明是否正確？若不正確，請寫出正確解法

$$\because a+\frac{25}{b}\ge 2\sqrt{a\cdot\frac{25}{b}}$$

$$b+\frac{4}{a}\ge 2\sqrt{b\cdot\frac{4}{a}}$$

$$\therefore (a+\frac{25}{b})(b+\frac{4}{a})\ge 4\sqrt{a\cdot\frac{25}{b}}\cdot\sqrt{b\cdot\frac{4}{a}}=40$$

四、加分題：(5 分)ΔABC 中，O 爲外心，G 爲重心，$\overrightarrow{OH}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，$M$ 爲 $\overline{BC}$ 的中點，

(1) 試證：H 爲垂心。

(2) 試證：O，G，H 三點共線。（尤拉線）

北一女中 **94** 學年度第一學期高二理組第一次期中考數學科答案卷

班級_____ 座號____ 姓名_________

一、多重選擇題 ：**(32 分)**

1 CD	2 BC	3 ABCD	4 ACD

二、 填充題 ：**(60 分)**

(A) $\left(-11,\ \dfrac{11}{2}\right)$	(B) xy-2x-y+2=0	(C) 1 : 4	(D) 19	(E) -6 or -34
(F) 7x-4y-25=0	(G) x + 7y = 1 or 7x − y = 7	(H) $\dfrac{256}{25}$	(I) $\dfrac{369}{400}$	(J) $\sqrt{59}$

三、非選題 ：**(請任選一題 共 8 分，須有計算過程)**

1. (1) 4 : 3

(2) $\left(\dfrac{3}{7},\ \dfrac{2}{7}\right)$

2. 49

四、加分題 ：**(5 分)**

甲、 $|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{a}|=|\overrightarrow{OA}|=R$（外接圓半徑）

$\overrightarrow{AH}\overrightarrow{CB}=(\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})=(\vec{b}+\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})=|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2=0$

故 $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{CB}$，同理，$\overline{BH}\perp\overline{AC}$，$\overline{CH}\perp\overline{AB}$，所以 H 爲垂心

(2) 因 G 爲重心，故 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$，

得 $(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OA})+(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OB})+(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OC})=\vec{0}$，$3\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$

即 $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OH}$，故 O，G，H 三點共線