

第壹部分：

一、單一選擇題（共 24 分）

說明：第 1 至 4 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 6 分，答錯倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 設  $m$  與  $b$  均為實數且  $mb > 0$ ，則滿足此條件的直線  $y = mx + b$ ，不包含下列那個點？  
 (1)  $(0, 2006)$     (2)  $(0, -2006)$     (3)  $(20, 6)$     (4)  $(20, -6)$     (5)  $(2006, 0)$
  
2. 三個半徑為 2 的小球彼此外切且放置在同一平面上，一個半徑為 4 的大球放在它們的上面，則大球的最高點至平面的距離為：  
 (1)  $\frac{2\sqrt{69}}{3}$     (2)  $\frac{2\sqrt{69}}{3} + 6$     (3)  $\frac{2\sqrt{78}}{3}$     (4)  $\frac{2\sqrt{78}}{3} + 6$     (5)  $2\sqrt{5} + 6$
  
3. 在坐標平面上，圓心在  $x$  軸正向且半徑為 1 的圓與拋物線  $y^2 = 4x$  相切於兩點，則此圓心的  $x$  坐標為：  
 (1)  $\frac{3}{4}$     (2) 1    (3)  $\frac{5}{4}$     (4) 2    (5)  $\frac{5}{2}$
  
4. 國際原油價格持續飆漲，石油公司成本不斷上升。欲分兩次提高油價，提高油價的方案有三種：  
 甲方案：先提高  $a\%$ ，再提高  $b\%$   
 乙方案：先提高  $b\%$ ，再提高  $a\%$   
 丙方案：兩次均提高  $\frac{a+b}{2}\%$   
 試問這三種方案最後油價的大小關係如何？其中  $a > 0, b > 0, a \neq b$   
 (1) 甲 = 乙 = 丙    (2) 甲 = 乙 < 丙    (3) 甲 = 乙 > 丙    (4) 甲 > 乙 > 丙    (5) 丙 > 甲 > 乙

二、多重選擇題（14 分）

說明：第 5 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.4 分；每答錯一個，倒扣 1.4 分，完全答對者得 7 分，未答者，不給分亦不扣分。若在被答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

5. 若  $2^x + x = 0$ ， $\log_2 x = 2 - x$ ， $\cos^{-1} x = x$  的實根依序為  $a, b, c$  則下列敘述那些是正確的？  
 (1)  $a < 0$     (2)  $b < 0$     (3)  $c > b > a$     (4)  $a < c$     (5)  $a = b$

6. 已知雙曲線  $\Gamma: x^2 - y^2 = a^2$ ，選出正確的選項？
- (1)  $\Gamma$  的兩條漸近線互相垂直
- (2)  $\Gamma$  上任一點到兩條漸近線之距離的乘積為  $\frac{a^2}{4}$
- (3)  $\Gamma$  的中心與任一組正焦弦端點所圍成的三角形面積為  $2a^2$
- (4)  $\Gamma$  的兩正焦弦為一組對邊的矩形面積為  $4\sqrt{2}a^2$
- (5)  $\Gamma$  上任一點  $P$  作切線  $L$ ，再自原點  $O$  作  $L$  的垂線，垂足為點  $Q$ ，則  $x$  軸平分  $\angle POQ$

三、選填題（共 42 分）

說明：第 A 至 F 題，畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(7)~(21)內，每一空格完全答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 觀察右列  $3 \times 3$  與  $4 \times 4$  方格數字規律。如果在  $10 \times 10$  的方格上，仿此規律填入數字，則所填入的 100 個數字之總和為 (7)(8)(9)

1	3	5
3	1	3
5	3	1

1	3	5	7
3	1	3	5
5	3	1	3
7	5	3	1

- B. 解  $\begin{cases} 2 \log x = \log(8x - 15) \\ \cos \frac{x}{2} > 0 \end{cases} \quad x \in R, \text{ 則 } x = \underline{(10)}$

- C.  $z$  為複數， $z^2 - 3|z| + 2 = 0$ ，則  $z$  的解有 (11) 個

- D. 一架戰鬥機在空間坐標點  $P(60, 70, 120)$  處發生機械故障，而沿著直線  $x - 50 = \frac{y - 50}{2} = \frac{z - 100}{2}$  的方向，以每秒 10 的速度向海平面（即  $xy$  平面）俯衝。試問飛機多少秒後接觸到海平面？ (12)(13)

- E. 某人上網拍賣  $A, B, C$  三種商品。根據他以往的經驗，每件商品拍賣的利潤與拍賣成功的機率如下：

商品	$A$	$B$	$C$
利潤	200 元	300 元	500 元
成功機率	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$

則此人每拍賣一件商品利潤的期望值為 (14)(15) 元

- F. 一正方體的 8 個頂點可決定  $a$  條直線， $b$  個三角形， $c$  個平面，求數對  $(a, b, c) =$  (16)(17), (18)(19), (20)(21)

第貳部分：非選擇題（共 20 分）

說明：一、二題為計算題，應寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

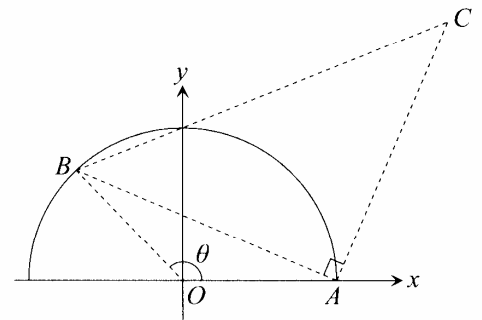
一、某袋中有紅球 5 個，白球  $n$  個 ( $n \geq 2$ )。已知選球的機會均等，由袋中任意選出 2 球，若 2 球同色的機率為  $P(n)$ ，試問

- (1)  $P(3)$  是多少？（4 分）
- (2) 若  $P(n) < \frac{1}{2}$ ，求  $n$  之值？（6 分）

二、如圖，半圓的半徑 = 1， $\angle AOB = \theta$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，則

- (1) 請以  $\theta$  表示點  $C$  的坐標。（5 分）
- (2) 求  $\overline{OC}$  的最大值？（5 分）



台北區公立高中九十四學年度第二學期指定考科數學乙模擬考詳解

第一部份：選擇題

一、單一選擇題

1、(5)      2、(2)      3、(3)      4、(2)

二、多重選擇題

5、(1)(4)      6、(1)(4)(5)

三、選填題

A、760      B、3      C、6      D、18      E、65

F、(28,56,20)

第二部份：非選擇題

1. 參考答案：(1)  $\frac{13}{28}$     (2) 3, 4, 5, 6, 7, 8

試題解析：(1)  $P(3) = \frac{C_2^5 + C_2^3}{C_2^8} = \frac{13}{28}$

$$(2) P(n) = \frac{C_2^5 + C_2^n}{C_2^{n+5}} = \frac{n^2 - n + 20}{n^2 + 9n + 20} < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow n^2 - 11n + 20 < 0, \frac{11 - \sqrt{41}}{2} < n < \frac{11 + \sqrt{41}}{2}$$

故  $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8$

2. 參考答案：(1)  $(1 + \sin \theta, 1 - \cos \theta)$     (2)  $\sqrt{2} + 1$

試題解析：(1) 可知點  $B(\cos \theta, \sin \theta)$ ，設點  $C(x, y)$  以點  $A(1, 0)$  為中心，將點  $B$  順時針旋轉  $90^\circ$  得點  $C$

$$\begin{aligned} \text{則 } x + yi &= [(\cos \theta - 1) + i \sin \theta][\cos(-90^\circ) + i \sin(-90^\circ)] + 1 \\ &= (1 + \sin \theta) + (1 - \cos \theta)i \end{aligned}$$

得點  $C(1 + \sin \theta, 1 - \cos \theta)$

$$\begin{aligned} (2) \overline{OC} &= \sqrt{(1 + \sin \theta)^2 + (1 - \cos \theta)^2} \\ &= \sqrt{3 + 2(\sin \theta - \cos \theta)} \\ &= \sqrt{3 + 2\sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4})} \leq \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$