

九十三學年度  
 台北市立第一女子高級中學 第一學期 數學科期末考試卷

一、多重選擇題：每題 10 分，共 40 分。

1. 下列各選項中的行列式，哪些與行列式  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  相等

(A)  $\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$  (B)  $\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ b_1 - c_1 & b_2 - c_2 & b_3 - c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$  (C)  $\begin{vmatrix} a_3 & a_2 & a_1 \\ b_3 & b_2 & b_1 \\ c_3 & c_2 & c_1 \end{vmatrix}$

(D)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 c_1 & b_2 c_2 & b_3 c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$  (E)  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

2. 若  $\begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + (a+1)y + z = 1 \\ x + y + (a+1)z = 1 \end{cases}$ ，則下列何者可使方程組有唯一組解：

(A)  $a = -2$  (B)  $a = -3$  (C)  $a = 0$  (D)  $a = 1$  (E)  $a = 2$

3. 在坐標平面上，過  $P(-2, 2)$  作圓  $O: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$  的切線，設切點為  $B$ 、 $C$ ，則：

(A)  $\overline{BP} = 3$  (B)  $P$  與圓  $O$  最近的距離  $= 2$  (C)  $P$  與圓  $O$  最遠距離的點為  $(\frac{22}{5}, \frac{14}{5})$

(D) 直線  $BC$  的方程式為  $4x - 3y = 2$  (E)  $\triangle PBC$  的外接圓為  $x^2 + y^2 - y - 6 = 0$

4. 空間中 4 點  $A(0, 6, 0)$ ， $B(9, -1, 0)$ ， $C(-7, -1, 0)$ ， $D(0, -6, 4)$ ，則：

(A)  $\triangle ABC$  的面積為 56 (B) 四面體  $A-BCD$  之體積為 448 (C) 四面體  $A-BCD$  之外接球的球心坐標為  $(1, -2, -4)$  (D) 以  $\overline{AB}$  為直徑的球面方程式為  $x^2 + y^2 + z^2 - 9x + 5y = 6$

(E)  $\triangle ABC$  外接圓的面積為  $65\pi$ 。

二、填充題：每格 5 分，共 60 分

1. (1)  $\begin{vmatrix} 1995 & 1996 \\ 1997 & 1998 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2001 & 4004 \\ 2003 & 4008 \end{vmatrix} = \underline{(1)}$ ，

(2) 設  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 4$ ， $\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix} = -2$ ，則  $\begin{vmatrix} 4a & 5b - 2e \\ 4c & 5d - 2f \end{vmatrix} = \underline{(2)}$ 。

2. (1)  $\begin{vmatrix} 55 & 47 & 99 \\ 1999 & -2801 & 3345 \\ 110 & 94 & 198 \end{vmatrix} = \underline{(3)}$ ，

(2) 若  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ \ell & m & n \end{vmatrix} = 5$ ，則  $\begin{vmatrix} 5a - c & b + c & a + 3b \\ 5d - f & e + f & d + 3e \\ 5\ell - n & m + n & \ell + 3m \end{vmatrix}$  之值為  $= \underline{(4)}$ 。

3. 設  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  為方程式  $x^3 - 6x^2 + 9x - 2 = 0$  的三根，則  $\begin{vmatrix} \alpha + \beta & \gamma & \gamma \\ \alpha & \beta + \gamma & \alpha \\ \beta & \beta & \gamma + \alpha \end{vmatrix} = \underline{\quad(5)\quad}$ 。
4. 已知二圓  $C_1: x^2 + y^2 + 6x - 4y + 12 = 0$ ， $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ ，試求：
- (1) 若  $A(2, 0)$  為圓  $C_2$  內一點，則過  $A$  點所有弦中點的軌跡方程式為  $\underline{\quad(6)\quad}$ 。
- (2) 圓心為  $(1, 5)$  同時又與圓  $C_1$  相切的圓有兩個，其方程式為  $\underline{\quad(7)\quad}$ 。
- (3) 二圓  $C_1$ 、 $C_2$  的兩內公切線之交點坐標為  $\underline{\quad(8)\quad}$ 。
- (4) 二圓  $C_1$ 、 $C_2$  的兩內公切線方程式為  $\underline{\quad(9)\quad}$ 。
5. 求過球面  $S$  上一點  $P(2, 0, -1)$ ，且與球面  $S: (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$  相切的平面方程式為  $\underline{\quad(10)\quad}$ 。
6. 設  $x, y, z$  滿足  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 2 = 0$ ，若  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 8$  之最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則  $M - m = \underline{\quad(11)\quad}$ 。
7. 試求平面  $E: 2x + y - 2z = -5$  與球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z - 16 = 0$  的截面圓的圓心坐標為  $\underline{\quad(12)\quad}$ 。

九十三學年度  
 台北市立第一女子高級中學 第一學期 數學科期末考答案卷  
 二年 班 號 姓名

一、多重選擇題：每題 10 分，共 40 分

1.	2.	3.	4.
AE	ADE	BDE	ACE

二、填充題：每格 5 分，共 60 分

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
-6	96	0	-70	8	$x^2 + y^2 - 5x + y + 6 = 0$
(7)			(8)	(9)	
$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 16$ 或 $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 36$			$(-1, 1)$	$y=1$ or $4x+3y+1=0$	
(10)			(11)		(12)
$x-2y+2z=0$			24		$(-1, -3, 0)$