北一女中九十三學年度第一學期第二次期中考高二數學科試題卷

一. 多重選擇題:每題 5%，共 20%。每個選項獨立計分，整題未答者，不予計分。

1.下列敘述何者正確？(1)點P為平面E外一點，有無限多個平面過P且與E垂直 (2)在空間中，兩直線L_1、L_2若不相交，則$L_1 // L_2$ (3)外積具有交換律 (4)若平面F上有一直線L垂直平面E，則F⊥E (5)兩歪斜線在平面上的正射影可能為相交兩直線。

2.已知空間中一點 P 至 x 軸，y 軸，z 軸的距離分別為$\sqrt{41}$，$\sqrt{34}$，5。若點 P 在第一卦限，請選出下列正確的敘述，(1)P(3，5，4) (2)P 至原點的距離為$5\sqrt{2}$ (3)P 在 xy 平面上的投影為(3，4，0) (4)P 在 yz 平面上的投影為(0，4，3) (5)P 在 xz 平面上的投影為(3,0,5)。

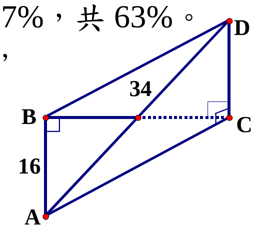
3.在空間座標系中，已知 A(2，0，-3)，B(0，-2，-2)，C(6，1，-2)，請選出下列有關△ABC 的正確敘述，(1)重心座標$(\frac{8}{3},-\frac{1}{3},-\frac{7}{3})$ (2)∠A 為銳角 (3)周長為$3(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})$ (4)面積為$\frac{7}{2}$ (5)外接圓直徑為$3\sqrt{10}$。

4.空間中一直線 L：$\frac{x+3}{1}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{-3}$，下列的各方程式中，何者的圖形亦為直線 L，

(1)$\frac{x+2}{-2}=\frac{y+6}{4}=\frac{z+2}{6}$ (2)$\begin{cases} x=-4-t \\ y=-2+2t, t\in R \\ z=4-3t \end{cases}$ (3)$\begin{cases} x=-4+t \\ y=-2+2t, t\in R \\ z=4+3t \end{cases}$ (4)$\begin{cases} 2x+y+10=0 \\ 3y-2z+14=0 \end{cases}$

(5)$\begin{cases} 3x+z+8=0 \\ 3y-2z+14=0 \end{cases}$。

二.填充題:二、三類組同學全做，每格 7%，共 70%。一類組同學 8.(2)不必做，每格 7%，共 63%。



1.北一女中至善樓(游泳池的正上方)中，有一個玻璃製的金字塔採光罩，其底部是正方形，側面是正三角形，若相鄰兩側面的夾角為θ，則 $\sin\theta$ =______。

2.如右圖所示，若$\overline{CD}$垂直平面 ABC 於 C，$\overline{BC}\perp\overline{AB}$，$\overline{AD}=34$，$\overline{AB}=16$，則$\overline{BD}$=____。

3.空間向量$\vec{a}$=(1，-2，2)，$\vec{b}$=(1，2，3)，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ 其中 t∈R，若$|\vec{c}|$有最小值，則 t =____。

4.已知空間中兩向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$且$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$=(1，-2，$-\sqrt{3}$)，則ΔABC 之面積=______。

5.點 A(1，2，3)對平面 ax+by+cz-21=0 的對稱點 A′(4，5，6)，則數對(a，b，c)=________。

6.已知A(1，1，0)，B(0，-1，-2)，平面E：x-2y+2z = 5，則$\overline{AB}$在平面E上的正射影長 =_______。

7.空間中兩直線L_1：$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{5}$，$L_2$：$\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-3}{5}$，(1)$L_1$與$L_2$的距離為_____，(2)$L_1$與$L_2$決定的平面方程式：___________。

8.空間中兩歪斜線L_1：$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$，$L_2$：$\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$，(1)$L_1$與$L_2$的距離=____，(2)$L_1$與$L_2$的公垂線方程式：_______ (請以參數式表之)。*(第二小題第一類組不必做)*

三.證明與計算題: 二、三類組同學全做，共 10%。一類組同學全做，共 17%。

1.證明正四面體 PQRS 的頂點 P 在底平面 QRS 的投影點 H 為正三角形 QRS 的重心。(二、三類組 5%，一類組 8%)

2.請用矩陣列運算解方程組:$\begin{cases} x+y-2z+u=2 \\ 2x+y-u=-2 \\ x+4z=3 \\ 2y+u=1 \end{cases}$。(詳列計算流程，分段給分。二、三類組 5%，一類組 9%)

北一女中九十三學年度第一學期第二次期中考高二數學科答案卷

班別____ 座號___ 姓名__________

一.多重選擇題:每題 5%，共 20%。每個選項獨立計分，整題未答者，不予計分。

1.	2.	3.	4.
1 4 5	2 3 5	1 3 5	1 4 5

二.填充題: 二、三類組同學全做，每格 7%，共 70%。一類組同學 8.(2)不必做，每格 7%，共 63%。

1.	2.	3.	4.	5.
$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$	30	$-\dfrac{3}{14}$	$\sqrt{2}$	(2，2，2)
6.	**7.(1)**	**7.(2)**	**8.(1)**	**8.(2)**
$\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$	$\dfrac{\sqrt{78}}{3}$	13x-7y-4z+1=0	$\sqrt{2}$	$\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{1}{2}+t \\ z=-\dfrac{1}{2}+t \end{cases}$,$t\in R$

點亦可為$(-\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2})$

三.計算與證明題: 二、三類組同學全做，共 10%。一類組同學全做，共 17%。

1.證明：(二、三類組 5%，一類組 8%)

作$\overline{HA}$垂直$\overline{QR}$於A，

作$\overline{HB}$垂直$\overline{RS}$於B，

作$\overline{HC}$垂直$\overline{QS}$於C 。

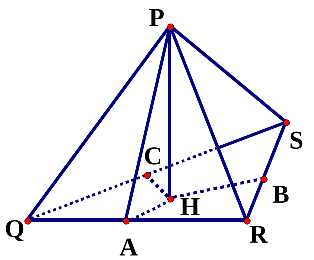
因

$\overleftrightarrow{PH}$垂直底平面 QRS於 H且 $\overline{HA}$垂直 $\overleftrightarrow{QR}$於A

為正三角形，

同理可得 ，

綜合上述資料可得 H 為△QRS 之外心，又△QRS 為正三角形，故 H 亦為△QRS 之重心。



2.答：(詳列計算流程，分段給分。二、三類組 5%，一類組 9%)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & 6 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mapsto$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 4 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & -5 & -11 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -11 \\ 0 & -1 & 0 & -7 & -20 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -13 & -39 \end{bmatrix} \mapsto$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

故方程組之解(x，y，z，u)=(1，-1，$\frac{1}{2}$，3)。