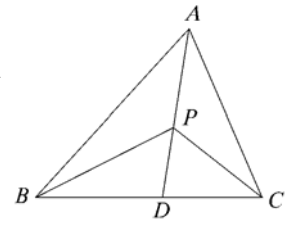


北一女中九十三年學年度第一學期第一次段考高二數學科題目卷

一、單選題（每題 3 分，共 3 分）：

1. 如右圖，已知 $\vec{AP} = \frac{3}{19}\vec{AB} + \frac{5}{19}\vec{AC}$ ，則 $\triangle ABD$ 面積是 $\triangle ACD$ 面積的

- (A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{11}{8}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{8}{3}$ 倍



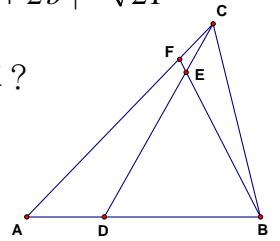
二、多重選擇題（答案至少有一個正確）（每題 8 分，共 40 分）：

1. 已知 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ ，且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，則

- (A) \vec{a} 和 \vec{b} 夾角為 60° (B) $\vec{a} \perp \vec{c}$ (C) 由 \vec{a} 和 \vec{b} 所定的三角形面積為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{21}$

2. 如右圖，若 $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{DB}$ ， $\vec{AF} : \vec{FC} = 9 : 2$ ，且 $\vec{AE} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$ ，則下列何者為真？

- (A) $\vec{AE} = (3x)\vec{AD} + y\vec{AC}$ (B) $\vec{AE} = x\vec{AB} + \frac{11y}{9}\vec{AF}$ (C) $x = \frac{1}{12}$ (D) $y = \frac{3}{4}$



3. 下列四個直線參數式，其中代表同一條直線的為哪幾個？

- (A) $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}, t \in R$ (B) $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}, t \in R$ (C) $\begin{cases} x = -5 + 2t \\ y = t \end{cases}, t \in R$ (D) $\begin{cases} x = 1 - 6t \\ y = 3 + 4t \end{cases}, t \in R$

4. 下列各敘述何者正確？

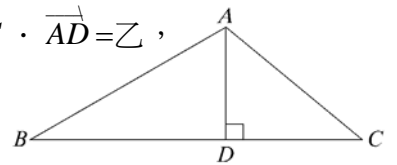
- (A) 過直線 L 外一點 P ，恰有一直線平行於已知直線 L (B) 過平面 E 外一點 P ，恰有一直線平行於已知平面 E (C) 過空間中任意一點 P ，恰有一平面垂直已知直線 L (D) 過空間中任意一點 P ，恰有一平面垂直已知平面 E

5. 下列各敘述何者正確？

- (A) 相異兩點恰有一條直線通過此兩點，相異三點恰有一平面通過此三點 (B) L_1 是平面 E_1 上的直線， L_2 是平面 E_2 上的直線，若 $E_1 \parallel E_2$ ，則 $L_1 \parallel L_2$ (C) 設一直線 L 交一平面 E 於 A 點，若在 E 上過 A 點有一直線 L' 與 L 垂直，則 L 垂直平面 E 於 A 點 (D) 已知相異二平面 E, F 交於一直線 L ，若 L 垂直另一平面 G ，則 E, F 均垂直平面 G

三、填充題（一格 5 分，共 50 分）：

1. 如右圖， \vec{AD} 是 \vec{BC} 的高， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，若 $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \text{甲}$ ， $\vec{BC} \cdot \vec{AD} = \text{乙}$ ， $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = \text{丙}$ ，則甲乙丙的大小次序由大到小為 _____。



2. 平面上兩點 $A(1, 1)$ ， $B(5, -2)$ ，

- (1) 若 P 點在 \vec{AB} 上且 $\vec{AP} : \vec{PB} = 1 : 2$ ，求 P 點坐標 _____（兩解）。(2) 若甲生求得線段 \vec{AB} 的參數式為 $\begin{cases} x = -3 - 4t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$ ，則 t 的範圍為何？_____。(3) $Q(9, 0)$ 至直線 \vec{AB} 的距離為_____。

3. $\triangle ABC$ 中， D 為 \vec{BC} 上一點且 $\vec{CD} = 3\vec{BD}$ ， G 為 \vec{AC} 中點，若 $\vec{GD} = r\vec{AB} + s\vec{AC}$ ， $r, s \in R$ ，則數對 $(r, s) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 設 $\triangle ABC$ 中， $\vec{AB} = 6$ ， $\vec{BC} = 7$ ， $\vec{AC} = 8$ ， I 為 $\triangle ABC$ 之內心，直線 CI 交 \vec{AB} 於 D ，則 $\vec{CI} = k\vec{CD}$ 時， $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 設 $\vec{u} = (5, 5)$ 且直線 $L : 3x - y + 2 = 0$ ，則 \vec{u} 在 L 上的正射影為 _____。（以坐標表示法）

6. 直線 L 過點 $A(3, 1)$ 且與直線 $l : x + \sqrt{3}y = 3$ 夾角為 60° ，則 L 的方程式為 _____。（有二解）

7. $L_1 : 3x + 4y = 7$ ， $L_2 : 4x + 3y + 2 = 0$ ，則 L_1 與 L_2 的銳夾角平分線方程式為 _____。

8. 已知 $x, y \in R$ ， $x^2 + y^2 = 16$ ，則 $3x - 4y$ 的最小值為 m ，此時 x 值為 k ，則數對 $(m, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、證明題（7 分）：

1. $\triangle ABC$ 及內部一點 P ，若 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = \vec{PB} \cdot \vec{PC} = \vec{PC} \cdot \vec{PA}$ ，試證： P 為 $\triangle ABC$ 之垂心。

北一女中九十三年學年度第一學期第一次段考高二數學科答案卷

一、單選題（每題 3 分，共 3 分）

D

二、多重選擇題（每題 8 分，共 40 分）

1. BC	2. ABCD	3. AC	4. AC	5. D
-------	---------	-------	-------	------

三、填充題（一格 5 分，共 50 分）

1. 丙 > 乙 > 甲	2.(1) $\left(\frac{7}{3}, 0\right), (-3, 4)$	2.(2) $-2 \leq t \leq -1$	2.(3) 4
3. $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}\right)$	4. $\frac{5}{7}$	5. (2, 6)	6. $x = 3, x - \sqrt{3}y = 3 - \sqrt{3}$
7. $7x + 7y = 5$	8. $\left(-20, -\frac{12}{5}\right)$		

四、證明題（7 分）

1. $\triangle ABC$ 及內部一點 P ，若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ ，試證： P 為 $\triangle ABC$ 之垂心。
 （垂心即三高交點，例如 $\overrightarrow{CP} \perp \overrightarrow{AB}$ ）

pf: $\therefore \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PC} \cdot (\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PA}) = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA} = 0$

$\therefore \overrightarrow{CP} \perp \overrightarrow{AB}$ 同理 $\overrightarrow{BP} \perp \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow P$ 位在三高交點， P 為 $\triangle ABC$ 之垂心