

北一女中九十三年度第二學期高三數學(甲) 期末考

\_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名 \_\_\_\_\_

一、單選題 (共 20 題 每題 3.5 分)

(甲). 設函數  $f(x)$  定義如下:  $f(x) = \begin{cases} ax-b & \text{若 } x \geq 1 \\ x^2-x & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ , 已知  $f(x)$  在  $x=1$  可微分, 則

1.  $a$  之值為 (A) 1 (B) 0 (C) -2 (D) 2 (E) 3 .

2.  $b$  之值為 (A) 1 (B) 0 (C) -2 (D) 2 (E) 3 .

(乙). 若函數  $y=f(x)=x^4+4x^3+1$ , 試回答下列問題:

3. 函數  $y=f(x)$  在下列哪一區間嚴格遞減? \_\_\_\_\_

(A)  $(-5, -3)$  (B)  $(-3, 0)$  (C)  $(0, 3)$  (D)  $(3, 5)$  .

4. 函數  $y=f(x)$  的極小值為 \_\_\_\_\_

(A) 1 (B) -15 (C) -26 (D) 不存在 .

5. 函數  $y=f(x)$  在區間  $[-2, 2]$  內的最小值為 \_\_\_\_\_

(A) -26 (B) -15 (C) 1 (D) 49 .

6. 通過切點  $(0, 1)$  的切線方程式為 \_\_\_\_\_

(A)  $x=0$  (B)  $y=1$  (C)  $x-y+1=0$  (D)  $x+y+1=0$  .

(丙). 設直線  $L: y=2x+a$  與曲線  $y=x^3-x$ ,

7. 若直線  $L$  與曲線有二個相異的交點, 則  $a$  的範圍為 \_\_\_\_\_ .

(A)  $a=2$  或  $a=-2$  (B)  $-2 < a < 0$  (C)  $-2 < a < 2$  (D)  $0 < a < 2$

8. 若直線  $L$  與曲線有三個相異的交點, 則  $a$  的範圍為 \_\_\_\_\_ .

(A)  $a=2$  或  $a=-2$  (B)  $-2 < a < 0$  (C)  $-2 < a < 2$  (D)  $0 < a < 2$

9. 若方程式  $x^3-x=2x+a$  有一個正根, 兩個負根, 則  $a$  的範圍為 \_\_\_\_\_ .

(A)  $a=2$  或  $a=-2$  (B)  $-2 < a < 0$  (C)  $-2 < a < 2$  (D)  $0 < a < 2$

(丁). 設一汽車公司有三生產工廠  $A, B, C$ , 其中  $A$  廠生產 30%,  $B$  廠生產 40%,  $C$  廠生產 30%, 而各廠所生產的汽車被檢驗出來不合格的比例分別為  $A$  廠 2%,  $B$  廠 3%,  $C$  廠 5%,

10. 試求任選這汽車公司所生產的一部汽車, 其為不合格的機率為 \_\_\_\_\_ .

(A) 0.033 (B) 0.006 (C) 0.012 (D) 0.015 .

11. 試求任選一部不合格的汽車, 其為  $A$  廠生產的機率為 \_\_\_\_\_ .

(A)  $\frac{1}{11}$  (B)  $\frac{2}{11}$  (C)  $\frac{4}{11}$  (D)  $\frac{5}{11}$

(戊). 某位同學前 5 次平時測驗, 複習功課的時間  $x$  與測驗成績  $y$  如下表:

$x$ (分鐘)	30	40	50	60	70
$y$ (分)	55	65	80	85	90

12. 求  $y$  對  $x$  的迴歸式

(A)  $9x - 10y + 300 = 0$  (B)  $10x - 9y + 175 = 0$  (C)  $13x + 20y - 2150 = 0$  (D)  $20x + 13y - 2150 = 0$

13. 若第 6 次平時測驗複習功課的時間為 75 分鐘, 預估得 \_\_\_\_\_ 分

(A) 93.5 (B) 95.5 (C) 97.5 (D) 99.5

(己) 平移坐標軸至新原點  $O'(h, k)$ , 使得二次曲線  $\Gamma: 2x^2+3xy+4y^2+11x+14y-39=0$  之新方程式中沒有  $x, y$  的一次項, 求:

14. 新原點  $O'(h, k)$  的坐標為 \_\_\_\_\_

(A)  $(1, 2)$ , (B)  $(2, -1)$  (C)  $(2, 1)$  (D)  $(-2, -1)$

15. 曲線  $\Gamma$  的新方程式為 \_\_\_\_\_

(A)  $2x^2+3xy+4y^2=39$  (B)  $2x^2+3xy+4y^2=57$  (C)  $2x^2+3xy+4y^2=-57$  (D)  $2x^2+3xy+4y^2=21$

16.  $\Gamma$  的圖形為 \_\_\_\_\_ .

(A) 拋物線 (B) 橢圓 (C) 雙曲線 (D) 圓

(庚) 已知  $A(1, 5)$ 、 $B(5, 3)$ 、 $C(7, 8)$  為坐標平面上的三點，

17. 試以聯立不等式表示三角形  $ABC$  的區域 (含邊界)。

$$(A) \begin{cases} x+2y-11 \leq 0 \\ 5x-2y-19 \leq 0 \\ x-2y+9 \geq 0 \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x+2y-11 \geq 0 \\ 5x-2y-19 \leq 0 \\ x-2y+9 \leq 0 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x+2y-11 \geq 0 \\ 5x-2y-19 \leq 0 \\ x-2y+9 \geq 0 \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x+2y-11 \leq 0 \\ 5x-2y-19 \geq 0 \\ x-2y+9 \geq 0 \end{cases}$$

18. 若  $Q(x, y)$  為三角形  $ABC$  區域上 (含邊界) 任一點，求  $x-y$  的極小值。

(A) -4 (B) -1 (C) 2 (D) -5

(辛). 設  $x, y$  皆為正數，且  $2x+3y=6$ ，則

19. 求  $x^2y$  的最大值為\_\_\_\_\_

(A)  $\frac{8}{3}$  (B) 27 (C) 9 (D)  $\frac{9}{4}$

20. 承 19.; 此時  $x+y=_____$  .

(A)  $\frac{8}{3}$  (B) 3 (C)  $\frac{12}{5}$  (D)  $\frac{5}{2}$

## 二、多選題 (3 題 每題 10 分)

21. 下列各極限值何者正確?

$$(A) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1000n^2 - 6n + 5}{2000n^2 + 500n - 1} = \frac{1}{2} \quad (B) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) = \frac{1}{2} \quad (C) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} + 7}{4^{n+1} + 3^n} = \frac{1}{2}$$

$$(D) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{2n^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{2n^2-2}} + \frac{1}{\sqrt{2n^2-3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n^2-n}} \right) = \frac{1}{2}$$

$$(E) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n+3} + \sqrt{n-2})(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+3}) = -\frac{3}{2}$$

22. 下列各函數，何者在  $x=0$  可微分?

$$(A) f(x) = [x] \quad (B) f(x) = x|x| \quad (C) f(x) = \frac{x^2}{x-1} \quad (D) f(x) = x[x] \quad (E) f(x) = |x+3| .$$

23.  $A, B, C$  為三階方陣， $O = (0)_{3 \times 3}$ ， $A^t$  為轉置矩陣，以下何者錯誤?

(A) 若  $AB = O$  則  $A = O$  或  $B = O$  (B)  $\det(3A) = 3\det(A)$ . (C) 若  $AB = C$ ，且  $B^{-1}$  存在，則  $A = B^{-1}C$ .

(D)  $n \in \mathbb{N}$ ，則  $(AB)^n = A^n B^n$ . (E)  $(ABC)^t = C^t B^t A^t$ .

北一女中九十三學年度第二學期高三數學(甲) 期末考答案卷

班級\_\_\_\_\_ 座號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

一、單選題：(每題 3.5 分)

1、(A)	2、(A)	3、(A)	4、(C)	5、(B)
6、(B)	7、(A)	8、(C)	9、(D)	10、(A)
11、(B)	12、(A)	13、(C)	14、(D)	15、(B)
16、(B)	17、(C)	18、(A)	19、(A)	20、(A)

二、多選題：(每題 10 分)

21、(A)(B)(C)(E)	22、(B)(C)(E)	23、(A)(B)(C)(D)
-----------------	--------------	-----------------