

北一女中九十三年度第二學期第一次期中考高二數學科試題

一·基本概念統整題：

(春) 請寫出下列各式或敘述所表圖形之名稱代號：

(甲)圓 (乙)橢圓 (丙)拋物線 (丁)雙曲線 (戊)一直線

(己)兩平行直線 (庚)兩相交直線 (辛)一線段 (壬)二射線

1. 將連接 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)$ 兩點的直線，繞 y 軸旋轉而得一直圓錐面，則此直圓錐面與下列平面相交而得的圖形為何？

(1) $E: x=1$ 時，圖形名稱為_____ (2) $E: y=2$ 時，圖形名稱為_____

2. 已知平面上兩點 $A(-5, 0), B(3, 0)$ ，若動點 $P(x, y)$ 滿足

(1) $\overline{PA} + \overline{PB} = 10$ ，則 P 點軌跡為_____

(2) $|\overline{PA} - \overline{PB}| = 8$ ，則 P 點軌跡為_____

(夏) 找焦點 (可利用你手邊現有簡易測量工具)

3. 圖一為一拋物線的部分圖形，且 $A、B、C、D、E$

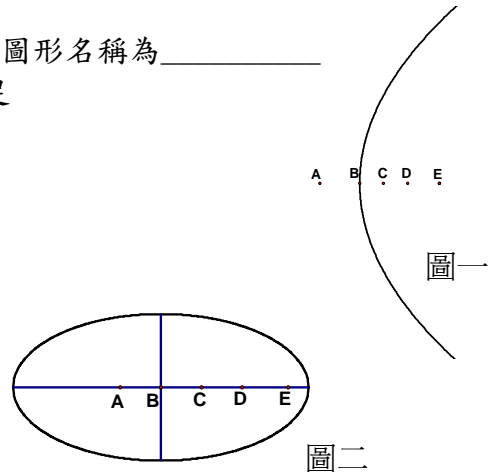
五個點中有一為其焦點。試判斷其焦點為_____

4. 圖二是一個橢圓，且 $A、B、C、D、E$

五個點中有一為其焦點。試判斷其焦點為_____

5. 圖三是一個雙曲線，且 $A、B、C、D、E$

五個點中有一為其焦點。試判斷其焦點為_____



(秋) 6. 已知橢圓 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上兩點 $P、Q$ 如圖四所示 (即: $P、Q$ 是和 x 軸夾角為 60° 的直線與橢圓之交點)，現在想找出 $P、Q$ 的坐標，若使用參數式 $(3\cos\theta, 2\sin\theta)$ ，則對 P 而言， θ 與 60° 的大小關係為_____ (請填 $\theta < 60^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\theta > 60^\circ$)，同樣的，對 Q 而言， θ 與 120° 的大小關係為_____ (請填 $\theta < 120^\circ$, $\theta = 120^\circ$, $\theta > 120^\circ$)。

二·多重選擇題：

1. 下列各方程式中，哪些圖形的焦點相同？

(1) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{2} = 1$ (2) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{9} = 1$ (3) $3x^2 - 8y^2 = 24$ (4) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (5) $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{3} = 1$

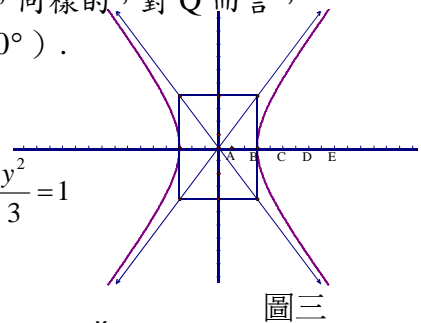
2. 已知等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $x+y=0$ ，中心的坐標 $(1, -1)$ ，

且 Γ 過點 $(4, 0)$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

(1) Γ 的兩漸近線互相垂直 (2) $x-y=0$ 為 Γ 的另外一條漸近線

(3) Γ 的貫軸在直線 $x=1$ 上 (4) 點 $(-3, -1)$ 為 Γ 的一個焦點

(5) 點 $(1, -1+2\sqrt{2})$ 為 Γ 共軛雙曲線 Γ' 的一個頂點



三·填充題：

1. 已知拋物線

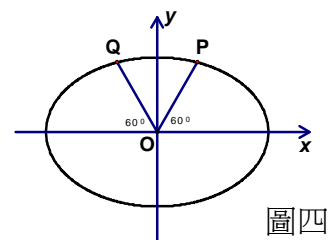
(1) 頂點 $(1, 2)$ ，焦點 $(-1, 2)$ ，則準線方程式為____(A)____

(2) 焦點 $(-1, 2)$ ，準線方程式 $3x+y=19$ ，則頂點為____(B)____，正焦弦長為____(C)____

2. (1) 橢圓 $2x^2 + y^2 = 3$ 與直線 $y = 2x + k$ 交於兩點，則 k 值範圍為____(D)____。

若此橢圓在直線 $x + 2y = 10$ 上的投影為 \overline{AB} ，則 \overline{AB} 中點坐標為____(E)____

(2) 某行星繞一恆星之軌道為橢圓形，且恆星在其一焦點處，據觀測：此行星與恆星的最近距離為 100 萬公里，最遠距離為 140 萬公里，則此橢圓的正焦弦長為____(F)____ 萬公里



四·計算題：

設 F_1, F_2 為雙曲線 $\Gamma: \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$ 的兩焦點， P 為 Γ 上一點，使得此三點

構成等腰三角形，則：

(1) 等腰三角形共_____個 (2) 等腰三角形的周長可能值為何？

北一女中九十三年度第二學期第一次期中考高二數學科答案卷

高二__班__號 姓名_____

一、 (共 9 格，每格 4 分)

| | | | | | | | | | |
|------|---|-----|---|------|---------------------|-----|----------------------|---|----------|
| 1(1) | 丁 | (2) | 甲 | 2(1) | 乙 | (2) | 壬 | 3 | E |
| 4 | E | 5 | C | 6(1) | $\theta > 60^\circ$ | (2) | $\theta < 120^\circ$ | | |

二、 (共 2 題，每題 10 分)

| | | | |
|---|------------|---|---------|
| 1 | 1, 2, 3, 5 | 2 | 1, 4, 5 |
|---|------------|---|---------|

三、 (共 6 格，每格 6 分)

| | | | | | | | |
|-----|--------|-----|-----------------|-----|--------------|-----|--------------|
| (A) | $X=3$ | (B) | (2, 3) | (C) | $4\sqrt{10}$ | (D) | $-3 < k < 3$ |
| (E) | (2, 4) | (F) | $\frac{700}{3}$ | | | | |

四·計算題：(8 分)

Ans: (1) 8 個 (2 分)

(2) (請寫計算過程 6 分)

周長可能值為 14, 22