

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題 (25%)

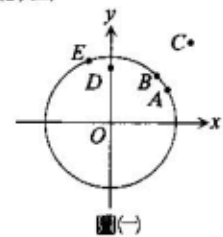
說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且 $a_2 + a_3 + a_{10} + a_{11} = 48$ ，則 $a_6 + a_7 = ?$
 (1) 12 (2) 16 (3) 20 (4) 24 (5) 28
2. 設 $f(x) = x^4 - 5x^3 + ax^2 + bx + c$ 是一個實係數的多項式函數， $i = \sqrt{-1}$ ，若 $f(1+i) = 9 + \sqrt{2}$ ，則 $f(1-i) = ?$
 (1) $9 + \sqrt{2}$ (2) $9 - \sqrt{2}$ (3) $9 + \sqrt{2}i$ (4) $9 - \sqrt{2}i$ (5) $-9 + \sqrt{2}$
3. 某生解對數方程式 $\log_3(1+x) = \frac{1}{2} \log_3 4$ ，以下為其步驟：
 $\log_3(1+x) = \frac{1}{2} \log_3 4$
 $\Leftrightarrow 2 \times \log_3(1+x) = \log_3 4$
 (A)
 $\Leftrightarrow \log_3(1+x)^2 = \log_3 4$
 (B)
 $\Leftrightarrow (1+x)^2 = 4$
 (C)
 $\Leftrightarrow 1+x = 2$ 或 -2
 (D)
 $\Leftrightarrow x = 1$ 或 $x = -3$
 (E)

正確的解為 $x = 1$ ($x = -3$ 為增根)，請指出該生在哪一個步驟錯了？

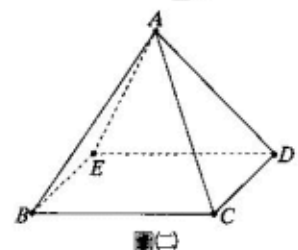
【註： \Leftrightarrow 表充要條件，可互相推得之的意思。】

- (1)(A) (2)(B) (3)(C) (4)(D) (5)(E)
4. z 是不為 0 的複數，圖(一)中的坐標系表示複數平面，圖形中的圓為單位圓，若 $z^2 = \bar{z}$ ，則圖(一)中，哪一個點，最有可能是 z 所對應的位置？
 (1)(A) (2)(B) (3)(C)
 (4)(D) (5)(E)



5. 如圖(二)， $A-BCDE$ 為一金字塔的圖形，金字塔頂端的頂點為 A ，底面為一正方形，側面皆為正三角形，則下列數值中何者為最小？

- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
 (4) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CE}$ (5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EC}$



貳、多重選擇題 (30%)

說明：第6至11題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得5分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲2.5分，錯兩個或兩個以上不給分。

6. 下列每一選項都有兩個方程式或函數，分別表示兩個圖形。試問：哪一組圖形，可將其中一圖形經過水平或鉛直方向的移動，成為另一個圖形？

(1) $y = 2 \log_{100} x$ 與 $y = \log 100x$

(2) $4y = 2^x$ 與 $y = 2^x + 4$

(3) $y = \sin x$ 與 $2y = \sin(x - \frac{\pi}{3})$

(4) $x = y^2$ 與 $y = x^2$

(5) $xy = 1$ 與 $(x-1)(y+2) = 1$

7. 直線 L 過原點而平行直線 $M: \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + 3y - 3z = 2 \end{cases}$ ，令直線 L 的方向向量為 \vec{d} ，而 $\vec{n}_1 = (1, -1, 1)$ ， $\vec{n}_2 = (2, 3, -3)$ ，則下列何者為真？

(1) $\vec{d} \parallel \vec{n}_1$

(2) $\vec{d} \perp \vec{n}_1$

(3) 點 $(0, 1, 1)$ 在直線 L 上

(4) 對任意不為0的實數 h, k ， $\vec{d} \perp (h\vec{n}_1 + k\vec{n}_2)$

(5) 可找到適當的實數 h, k 使 L 包含於平面 $h(x - y + z - 1) + k(2x + 3y - 3z - 2) = 0$ 上

8. 關於雙曲線 $(2x - y - 5)(2x + y - 7) = -16$ ，下列之論述何者正確？

(1) $2x - y - 5 = 0$ 與 $2x + y - 7 = 0$ 是雙曲線的二漸近線

(2) 中心是 $(3, 1)$

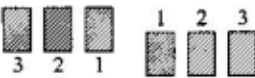
(3) 貫軸是 $y = 1$

(4) 共軛軸是 $x = 3$

(5) 曲線上一點至兩漸近線距離的乘積為 $\frac{16}{25}$

9. 某次數學測驗後，老師看到成績過分低落，決定採取補救措施。老師要學生訂正考卷，若訂正都正確，就給予訂正分數 100 分，並將原始分數與 100 分相加除以 2 做為實得分數。假定每個學生訂正都正確（即得訂正分數 100 分），則下列有關兩次分數之間的論述何者正確？

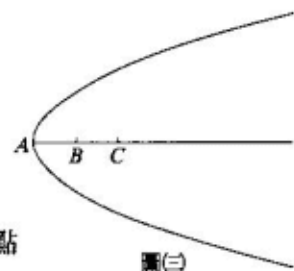
- (1) 若甲的原始分數大於乙的原始分數，則甲的實得分數亦必大於乙的實得分數
- (2) 若丙的原始分數恰為全班原始分數的中位數，則丙的實得分數亦為全班實得分數的中位數
- (3) 實得分數之算術平均數比原始分數之算術平均數多 50 分
- (4) 實得分數之標準差是原始分數之標準差的一半
- (5) 若甲的原始分數比乙多 10 分，則甲的實得分數比乙多 8 分

10.  甲乙兩人玩撲克牌遊戲，每人各發 3 張牌，且自行將手中 3 張牌先擺好出牌順序，然後第 1 張牌比大小，點數大者可獲得點數小者所輸掉的 1 元，相同大小則沒有輸贏；然後比第 2 張、第 3 張。已知甲手中拿 3、6、9 三張；乙拿 2、5、8 三張，下列哪些選項正確？

- (1) 甲至少贏一元以上
- (2) 甲三張牌能全贏的機率為 $\frac{1}{3}$
- (3) 甲贏二張乙贏一張牌的機率為 $\frac{2}{3}$
- (4) 甲贏一張乙贏二張牌的機率為 $\frac{1}{6}$
- (5) 甲可贏得金額的期望值為 1 元

11. 如圖(二)，討論平面上拋物線的光學性質，下列何者為真？

- (1) 圖中拋物線的焦點位於 B 與 C 之間
- (2) 從右邊來的光束，若平行於軸，則必過焦點
- (3) 從右邊來的光束，若不平行於軸，經多次折射後，有可能過焦點
- (4) 從右邊來的光束，若不平行於軸，則必過頂點 A
- (5) 從右邊來的光束，若不平行於軸，經多次折射後，必不平行於軸往右



第二部分：填充題（45%）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12-38）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設以 $x^3 - 8$ 除 $2x^5 - 5x^3 + a$ 之餘式為 $r(x)$ ，若 $r(x)$ 可被 $x - 2$ 整除，則 $a =$ ⑫⑬⑭。
- B. 設 $24^{12} = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$ ，其中 $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ 均為 0 到 9 的整數，且 $a_n \neq 0, n \in N$ ，則 $n =$ ⑮⑯。（已知 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ ）
- C. 空間中一三角形 ABC ，若 $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$ 互相平行且垂直 ABC 平面於同一側，已知 $\overline{AA'} = 3, \overline{BB'} = 4, \overline{CC'} = 7$ ，且 $\triangle ABC$ 與 $\triangle A'B'C'$ 的重心分別為 G 和 G' ，試求 $\overline{GG'} =$
⑰⑱。
⑲。
- D. 空間中四點 $A(1, 0, 0), B(2, -1, -1), C(0, 1, 1), D(2, 3, 3)$ ，試在直線 AB 上找一點 P ，使得 $\overline{PC} = \overline{PD}$ ，則 P 點坐標為 ⑳㉑, ㉒, ㉓。
- E. 過 $(0, 2), (2, 4)$ 兩點並與 x 軸相切的圓有兩個，已知其中一個圓的圓心為 $(2, 2)$ ，則另一個圓的圓心為 ㉔㉕, ㉖㉗。
- F. 一球面 S 被 zx 平面所截出的圓方程式為 $\begin{cases} (x-1)^2 + (z+1)^2 = 9 \\ y=0 \end{cases}$ ，若已知 S 之球心在平面 $E: 2x - y + 3z = 4$ 上，則 S 之半徑為 √㉘㉙。
- G. 在一次數學競試中，考生被要求在 10 題考題中，應作答 7 題，且前 6 題至少必須回答 4 題，問考生有多少種選題的方法？㉚㉛㉜。
- H. 甲乙丙丁四人輪流從箱中（共有編號 1~10 號球各一個）抽取一球，且取後放回，則甲的號碼 > 乙的號碼 > 丙的號碼 > 丁的號碼的機率為何？0.㉝㉞㉟。
- I. 已知 $P(2\sqrt{3}, 1)$ 是橢圓 $\Gamma: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上一點， O 表橢圓 Γ 的中心。今要在 Γ 位於第二象限的曲線上求一點 Q 使 $\triangle OPQ$ 之面積最大，則 Q 點坐標為 ⑳㉑, √㉒。

參考公式及可能用到的數值

1. 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的公式解： $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, $x_2\neq x_1$
3. 等比數列 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項和 $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ ($r\neq 1$)
4. $\triangle ABC$ 的正弦與餘弦定理
 - (1) $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$, R 為外接圓的半徑 (正弦定理)
 - (2) $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ (餘弦定理)
5. 參考數值： $\sqrt{2}\approx 1.414$; $\sqrt{3}\approx 1.732$, $\sqrt{5}\approx 2.236$; $\sqrt{6}\approx 2.449$; $\pi\approx 3.142$
6. 對數值： $\log_{10} 2\approx 0.3010$, $\log_{10} 3\approx 0.4771$, $\log_{10} 5\approx 0.6990$, $\log_{10} 7\approx 0.8451$

北區公立高中 92 學年度第一學期第二次模擬考試解答

1.(4)	11.(2)(5)
2.(1)	A.-24
3.(2)	B.16
4.(2)	C.14/3
5.(3)	D.(-3, 4, 4)
6.(1)(2)(5)	E.(-6, 10)
7.(2)(3)(4)(5)	F. $\sqrt{34}$
8.(1)(2)	G.100
9.(1)(2)(4)	H.0.021
10.(3)(4)(5)	I.(-2, $\sqrt{3}$)