

# 北一女中九十二學年度第一學期高三理組數學科期末考試題卷

答對題數若為 10 題或 10 題內，每題以 8 分計算；超過 10 題部分每題以 5 分計算，總分 100 分。

1. 設  $a, b, c$  為整數， $1 < a < 100$ ，若  $2x-3$  為  $ax^3 + bx^2 + cx + a + 1$  的因數，則此種  $a$  有幾個？  
(A) 15 (B) 17 (C) 19 (D) 21 (E) 23
2. 設  $3x^2 + 5x - 2 = 0$  之兩根為  $\alpha, \beta$ ；而  $5x^2 + 4x + 3 = 0$  之兩根為  $\gamma, \delta$ ，則  
 $\frac{1}{\alpha\gamma} + \frac{1}{\alpha\delta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\beta\delta} =$  (A)  $\frac{5}{2}$  (B)  $\frac{7}{4}$  (C)  $-\frac{9}{2}$  (D)  $-\frac{10}{3}$
3. 若  $0.3 + 0.33 + 0.333 + \dots + \underbrace{0.\overline{33}\dots3}_{n\text{個}} = a \cdot n + b + c \cdot 10^{-n}$ ，則  $a + b + c =$   
(A) 0 (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{17}{99}$
4. 若  $n \in \mathbb{N}$ ， $(1.28)^n$  的整數部分為 10 位數，求  $n$  之最小值為何？  
(A) 73 (B) 78 (C) 85 (D) 91 (E) 65
5. 求  $\cos \frac{p}{7} \cdot \cos \frac{3p}{7} \cdot \cos \frac{5p}{7} =$  (A)  $-\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{3}{7}$  (C)  $-\frac{1}{8}$  (D)  $\frac{2}{5}$  (E)  $\frac{5}{6}$
6. 若  $|z|=1$ ，求  $|z-2|$  之最大值為 \_\_\_\_\_。
7. 若  $x^5 = 1$  之一根為  $a$ ， $a \neq 1$ ，求  $a^6 \cdot (a^7 + 1) \cdot (a + 1) =$  \_\_\_\_\_。
8. 平面上四點  $O, A, B, C$ ，而  $A, B, C$  不共線，若  
 $(x-2y-3) \cdot \overrightarrow{OA} + (3x-y+1) \cdot \overrightarrow{OB} + (-4x+3y+2) \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，求  $x+y =$  \_\_\_\_\_。
9. 直線  $L: \frac{x-b}{a+b} = \frac{y-2b}{a} = \frac{z-2b}{2a}$  於平面  $E: x-2y+2z-2=0$ ，求  $3a+b =$  \_\_\_\_\_。
10. 三圓  $C_1: x^2 + y^2 + x + 2y - 3 = 0$ ， $C_2: x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$ ， $C_3: x^2 + y^2 - 7x - 8y - 9 = 0$ ，而  $p(a, b)$  到三圓  $C_1, C_2, C_3$  所作之切線段長均相等，求  $a+2b =$  \_\_\_\_\_。
11. 若  $(1+x+x^2)^n$  的  $x^2$  項係數為 55，求  $n =$  \_\_\_\_\_。
12. 將“人人為我，我為人人”八個字排成一列，求至少有二個“人”字排在一起的機率為 \_\_\_\_\_。
13. 若拋物線  $y = x^2 + 2ax + b$  與  $y = x$ ， $y = -2x$  皆相切，求  $a-b =$  \_\_\_\_\_。
14. 等軸雙曲線之一漸近線為  $2x + y - 1 = 0$  且中心為  $(1, -1)$ ，又過點  $(3, 2)$ ，若其方程式為  $(2x + y - 1)(x + ky + l) = m$ ，求  $k+m+l =$  \_\_\_\_\_。

# 北一女中九十二學年度第一學期高三理組數學科期末考答案卷

答對題數若為 10 題或 10 題內，每題以 8 分計算；超過 10 題部分每題以 5 分計算。

1.	2.	3.	4.	5.
<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>C</i>
6.	7.	8.	9.	10.
1	-1	-3	0	2
11.	12.	13.	14.	
9	$\frac{13}{14}$	$-\frac{13}{16}$	-33	