

北一女中九十二學年度第一學期第一次段考數學科試題(高三文組)

一. 單選題：10%

1. $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$, $a, b, c \in Z$, 下列何者不可能為 $f(x)$ 的因式?
(A) $x+1$ (B) $x-2$ (C) $2x+1$ (D) $3x-1$ (E) $3x+2$
2. $k \in N$, 且 $\frac{k}{2}$ 是完全平方數, $\frac{k}{3}$ 是完全立方數, $\frac{k}{5}$ 是完全五次方數, 則 k 的最小值是幾位數? (A) 五 (B) 八 (C) 十一 (D) 十四 (E) 十六

二. 複選題：20% (第 3、4 題各 5 分, 第 5 題 10 分)

3. 已知 $a, b, c \in R$, $abc < 0$, $ab + bc + ca < 0$, $a + b + c < 0$, $a > b > c$, 則下列何者正確? (A) $a < 0$ (B) $b < 0$ (C) $c < 0$ (D) $|a| > |b|$ (E) $a^2 > c^2$
4. 下列何者正確? (A) $\sin^{-1} \sin \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$ (B) $\sin \sin^{-1} \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$ (C) $\sin \cos^{-1} \frac{-4}{5} = \frac{3}{5}$
(D) $\tan \tan^{-1} 1 = 1$ (E) $\tan \tan^{-1} 3 = 3$
5. 已知 $\triangle ABC$, $A(3, -7)$, $B(-5, -1)$, $C(7, -4)$, 且 A 到 \overline{BC} 邊上的分角線段、高、中線之長分別為 t_a, h_a, m_a 則下列何者正確?
(A) $\triangle ABC$ 是鈍角三角形 (B) $\triangle ABC$ 面積為 24 (C) $t_a = 4$ (D) $h_a = \frac{8}{\sqrt{17}}$
(E) $m_a = \sqrt{97}$

三. 填充題：70%

1. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 99^2 - 100^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
2. (1) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} = \underline{\hspace{2cm}}$
(2) $m, n \in N$, $m < n$, $\frac{1}{m(m+1)} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = \frac{1}{19}$ 則數對
(m,n) = $\underline{\hspace{2cm}}$
3. (1) $(1+i)^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$
(2) $(1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$
4. 正方形 OABC, 已知 $O(0,0)$, $A(2,1)$, 則頂點 B 之坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$
5. $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 1$, 求 $f(2.001)$ 的近似值至小數第三位 = $\underline{\hspace{2cm}}$
6. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2} + 7^{x+3}$ 求 x 的近似值 = $\underline{\hspace{2cm}}$
(請四捨五入取到小數第一位, 又, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$)

7. (1) 已知 $a > 0, b > 0$, 則 $(a + \frac{8}{b})(b + \frac{18}{a})$ 有最小值_____
- (2) 已知 $2x^2 + 3y^2 = 30$, 則 $x + y$ 有最大值_____
- (3) $x \in R, f(x) = (4^x + 4^{-x}) - 5(2^x + 2^{-x}) + 7$ 有最小值_____
- (4) $x + y = 150^\circ$, $\cos x + \cos y$ 有最大值_____
- (5) 果園裡種了 20 棵檸檬樹, 平均每棵年產 400 個檸檬, 根據統計, 在此果園中每加種一棵檸檬樹, 則平均每棵年產量減少 10 個, 請問應加種_____棵可使年產量最多。
8. 9 月 26 日凌晨北海道發生了芮氏規模 8 的大地震, 當天下午宜蘭南澳近海也發生了芮氏規模 4.6 的地震。有關地震釋放能量 E 與地震規模 r 的關係式為: $\log E = 11.4 + 1.5r$ 請參考下列常用對數表, 計算北海道地震所釋放出來的能量是宜蘭地震所釋放出來能量的_____倍。

常用對數表 $y = \log_{10} x$

x											表 尾 差								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2696	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19

北一女中九十二學年度第一學期第一次段考數學科試題(高三文組)

(答案卷)

選擇題：30% (第 1、2、3、4 題各 5 分；第 5 題 10 分)

一、 1	C	2	D	二、 3	C D	4	A C D E	5	A B C
---------	---	---	---	---------	-----	---	---------	---	-------

填充題：70 % (每格 5 分)

三、 1	-5050	2(1)	$\frac{99}{100}$	2(2)	(18,342)	3(1)	$32i$
3(2)	$31+33i$	4	(1,3) or (3,-1)	5	5.003	6	-2.7
7(1)	50	7(2)	5	7(3)	$-\frac{5}{4}$	7(4)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
7(5)	10	8	125900				