

一、多重選擇題(每題 10 分)

1.高三某次考試中，數學不及格的有 30%，物理不及格的有 40%，國文不及格的有 10%，數學物理兩科都不及格的有 25%，數學國文兩科都不及格的有 5%，物理國文兩科都不及格的有 6%，則下列何者正確？

(A)今任選一學生，他的數學不及格但物理及格的機率為 $\frac{1}{20}$

(B)今任選一學生，已知他的數學不及格，求物理及格的機率為 $\frac{1}{6}$

(C)若三科不及格的人數最多下，則三科皆及格的機率為 $\frac{1}{2}$

(D)物理成績的標準差高於國文成績的標準差

(E)物理與數學成績的相關係數高於物理與國文成績的相關係數

2.下列敘述何者正確？(下列敘述中 A' 是指 A 的餘事件)

(A)若 A, B 為獨立事件，則 A', B 也是獨立事件

(B)若 A, B 為互斥事件，且 $P(A)P(B) \neq 0$ ，則 A, B 必為相關事件

(C)若 A, B 為獨立事件， B, C 為獨立事件，則 A, C 也是獨立事件

(D)若 A, B 為獨立事件， B, C 為獨立事件， C, A 為獨立事件，則 A, B, C 三事件獨立

(E)若 A, B, C 為獨立事件，則 $P(A|B \cup C) = P(A|B \cap C)$

3.高三美班學生的身高平均 $\bar{x} = 165$ 公分，身高的標準差 $S_x = 10$ 公分，變異係數 $C.V_x$

體重平均 $\bar{y} = 50$ 公斤，標準差 $S_y = 8$ ，變異係數 $C.V_y$ 。而身高體重的相關係數 $r_{xy} = 0.72$

則下列敘述何者正確？(A)由 $C.V_x < C.V_y$ ，知體重較身高的差異性大

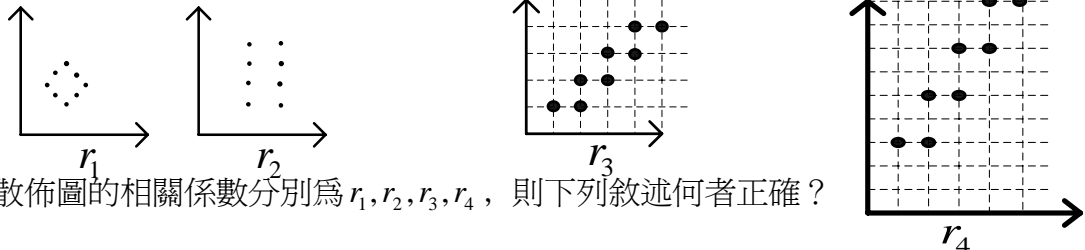
(B)若將身高單位改為吋，即平均身高 \bar{x}' 約 65 吋，則新的身高變異係數 $C.V_{x'} > C.V_y$

(C)若將身高單位改為吋，則新的身高 (x' 吋) 與體重 (y 公斤) 的相關係數 $r'_{x'y} = r_{xy}$

(D)體重 y 對身高 x 的迴歸直線方程式為 $y = 0.9x - 98.5$

(E)若已知某人的身高為 175 公分，我們可預測其體重約為 55.76 公斤

4.



上列四個散佈圖的相關係數分別為 r_1, r_2, r_3, r_4 ，則下列敘述何者正確？

- (A) $r_1 = r_2 = 0$ (B) $r_3 = 1$ (C) $r_4 > r_3$ (D) 若兩變數 X, Y 的相關係數為 r ，則 $2X+1, 3Y+1$ 的相關係數仍為 r (E) 若 Y 對 X 的迴歸直線為 $y = a + bx$ ，則 $Y' = 3Y+1$ 對 $X' = 2X+1$ 的迴歸直線仍為 $y' = a + bx'$

二、填充題

- 甲乙兩人玩擲骰子的遊戲，一次擲兩粒骰子，觀察其點數和，
 - 已知甲擲得點數和為 8 的條件下，求甲所擲得的骰子中至少有一粒點數為奇數的機率 (A)
 - 已知甲擲得點數和為 8 的條件下，求乙所擲的點數和大於甲的機率 (B)
 - 甲乙兩人皆擲得點數和為 12 的機率 (C)
- 一袋中有 3 白球 4 黑球 5 紅球，取後不放回。每次取三球，若袋中每一球被取中的機會均等，
 - 求第一次取出為三種顏色球的機率為 (D)
 - 求第二次取出為三球同色的機率為 (E)
 - 若已知第一次至少取到一白球，則第一次取球三球異色的機率為 (F)
- 若每人投籃的命中率每球皆為 0.6
 - 綠綠連投三球，恰中二球的機率為 (G)
 - 若每人投一局，而一局是指“若第一球投中，則可繼續投第二球，…直到沒有投中時才結束”。試問至少要有多少人投球，才会有“至少有一人連投 2 球，還可繼續投球的機率高於 80%”？ (H)

三、計算與證明

- 假設一醫師針對某病症提出如下的說法：“若我至少能 80% 確定病人患有此病症，則我會建議他開刀，但若我不能時，我會建議他另做一些檢驗，而這些檢驗是昂貴且痛苦的。”現最初我只有 60% 確定喬明患此病，因此我採 A 檢定法，一般而言，若病人患此病症，則會有陽性反應，若他是健康者，則不會有任何顯示。現檢驗結果是陽性的，當我建議他開刀時，他卻告訴我他有糖尿病，這情報雖不影響我原先估計有 60% 的機率他患有此疾病，但 A 檢驗卻會受到影響。因糖尿病患者雖不患此疾病卻有 30% 會產生陽性反應，現在醫師是否可立即開刀？請幫醫師求出目前病患患病的機率是否高於 80%？
- 一袋中有 50 支籤，其中有 2 支有獎，每支籤被抽中的機會均等，甲、乙、丙三人依次各抽一支，試證：不論取出後放回或不放回，甲乙丙三人中獎的機會均等

附註： $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$

答案卷

高三_____班 座號_____ 姓名_____

一、多重選擇題(每題 10 分)

| | | | |
|-------|--------|--------|-------|
| 1. AB | 2. ABE | 3. ACE | 4. AD |
|-------|--------|--------|-------|

二、填充題(1~4 格每格 8 分,5~6 格每格 6 分,7~8 格每格 2 分)

| | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|--------------------|
| (A) $\frac{2}{5}$ | (B) $\frac{5}{18}$ | (C) $\frac{1}{1296}$ | (D) $\frac{3}{11}$ |
| (E) $\frac{3}{44}$ | (F) $\frac{15}{34}$ | (G) 0.432 | (H) 4 |

三、計算與證明(每題 6 分)

1.

$P(\text{患病} | A \text{ 檢定爲陽性})$

$$= \frac{0.6 \times 1}{0.6 \times 1 + 0.4 \times 0.3} = \frac{5}{6} = 0.833$$

所以醫生可以立即爲他開刀！

2. (1)放回

$$P(\text{甲})=P(\text{乙})=P(\text{丙})= \frac{2}{50}$$

(2)不放回

$$P(\text{甲})= \frac{2}{50}$$

$$P(\text{乙})= \frac{2}{50} \cdot \frac{1}{49} + \frac{48}{50} \cdot \frac{2}{49} = \frac{2}{50}$$

$$P(\text{丙})= \frac{2}{50} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{1}{48} + \frac{48}{50} \cdot \frac{2}{49} \cdot \frac{1}{48} + \frac{48}{50} \cdot \frac{47}{49} \cdot \frac{2}{48} = \frac{2}{50}$$