

北一女中九十二學年度第一學期高二數學科期末考試卷

一、單一選擇題 (每題 5 分, 共 25 分)

1. 相異的三個平面不可能將空間分割成幾部分?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

2. 方程組
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
, 設 $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$, 則下列何者正確?

- (A) 若 $D = 0$, 則必有無限多組解。 (B) 若 $D \neq 0$, 則可能有無限多組解。
(C) 若 $D = 0$, 如果有解, 必定不會只有一組解。 (D) 若 $D = 0$, 則可能只有一組解。
(E) 若 $D \neq 0$, 則可能無解。

3. 兩平面 $E_1: x + y - z = 1$, $E_2: 2x + 3y + 5z = 3$, 下列哪一平面與 E_1, E_2 的交集只有一點?

- (A) $2x + 2y - 2z = 3$ (B) $2x + 3y + 5z = 4$ (C) $3x + 4y + 4z = 4$ (D) $x + 2y + 6z = 2$
(E) $x + 5y + 3z = 2$

4. 下列哪一個球面被平面 $E: x + y + z = 0$ 平分成兩等分?

- (A) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 6z - 5 = 0$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 + 7x - 8y + z = 0$
(C) $x^2 + y^2 + z^2 - 9x - 6y - 4z - 1 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x = 0$
(E) $x^2 + y^2 + z^2 + 5x + 4y + 3z = 0$

5. 設平面 $E: 2x + 2y + z = k$ 與球面 $S: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = r^2$ 的交點為一圓, 則下列何者可能為此圓之圓心?

- (A) (1, 5, 7) (B) (3, 5, 4) (C) (4, 5, 3) (D) (3, 4, 5) (E) (5, 4, 3)

二、多重選擇題 (每題 5 分, 共 15 分)

1. 若方程組
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z = 0 \end{cases}$$
 有一組解為 (5, 4, 3), 則下列何者亦是方程組的解?

- (A) (0, 0, 0) (B) $(-\frac{6}{5}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{2})$ (C) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8})$ (D) $(\frac{5}{4}, 1, \frac{3}{4})$ (E) $(1, \frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

2. 關於圓與球面, 下列敘述何者正確?

- (A) 恰有一個圓通過平面上 A(0, 0), B(1, 2), C(-2, -4) 三點。
(B) 通過平面上四點 P(2, 0), Q(0, 2), R(-2, 0), S(0, -2) 的圓恰有一個。
(C) 包含空間中三點 (1, 2, 3), (4, 5, 6), (3, 2, 1) 的圓只有一個。
(D) 通過空間中四點 P(2, 0, 1), Q(0, 2, 1), R(-2, 0, 1), S(0, -2, 1) 的球面恰有一個。
(E) 在空間中 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$ 的球面上可以畫出和平面上圓 $x^2 + y^2 = \sqrt{3}$ 一樣大小的圓。

3. 平面上兩圓 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, $C_2: x^2 + (y+6)^2 = 4$, 試問沿著下列哪些直線剪開可將兩圓分離且不剪到任何一圓?
- (A) $3x+4y+11=0$ (B) $3x+4y-10=0$ (C) $3x+4y+13=0$
 (D) $3x+4y+8=0$ (E) $3x+4y+16=0$

三、填充題 (每格 6 分, 共 60 分)

1. 空間中, 平面 $E: 2x+2y-z=12$ 與球面 $S: x^2+y^2+z^2=36$, 在球面 S 上找出一點 P , 使得 P 點到平面 E 的距離最遠, 則 (1) 此 P 點座標為何? _____ (1)
 (2) 此最遠距離為何? _____ (2)
2. 平面上兩圓 $C_1: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$, $C_2: x^2 + y^2 - 10 = 0$, 兩圓相交於 A, B 二點, 求 (1) 直線 AB 之方程式: _____ (3) , (2) $\overline{AB} =$ _____ (4) 。
3. 過 $P(9, 9)$ 且與圓 $C: (x-4)^2 + (y+1)^2 = 25$ 相切的直線有兩條, 其中一條切線 $y-9 = \frac{3}{4}(x-9)$ 的切點為 A , 另一條切線為 L , 切點為 B , 求 (1) 切線 L 之方程式: _____ (5) , (2) 設圓心為 O , 則四邊形 $OAPB$ 之面積為 _____ (6) 。
4. 空間中直線 $L: x = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{2}$ 與球面 $S: x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, 若 L 與 S 相切於 A , 求 (1) 切點 A 之座標為 _____ (7) , (2) 球面 S 之半徑為 _____ (8) 。
5. 方程組 $\begin{cases} x - y - z = k \\ x - ky - 3z = 4 \\ kx - 3y - 4z = 6 \end{cases}$,
- 則 (1) 當 $k =$ _____ (9) 時, 方程組存在兩個以上的解。
 (2) 當 $k =$ _____ (10) 時, 方程組無解。

北一女中九十二學年度第一學期高二數學科第三次段考答案

一、單一選擇題 (每題 5 分, 共 25 分)

1.	2.	3.	4.	5.
B	C	E	B	D

二、多重選擇題 (每題 5 分, 共 15 分)

1.	2.	3.
A C D E	B C E	A C

三、填充題 (每格 6 分, 共 60 分)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$(-4, -4, 2)$	10	$x + y - 4 = 0$	$2\sqrt{2}$	$x = 9$
(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
50	$(2, 1, 0)$	$\sqrt{5}$	2	5