北一女中 92 學年度第一學期第一次段考高二數學科試卷

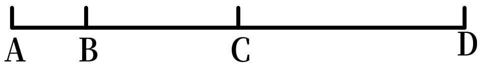
一、多選題（每題 5 分，共 15 分）

1. 直線 L：$\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-1-2t \end{cases}$ ，$t\in R$．下列關於直線 L 的敘述，何者是正確的？

(A)點 $(1,-3)$ 在 L 上　(B)法向量 $(3,-2)$　(C)與 $\begin{cases} x=-4+6t \\ y=-2-4t \end{cases}$ 為同一直線

(D)斜率為 $-\dfrac{2}{3}$　(E)與原點的距離為 $\dfrac{7}{13}$．

2. 如圖，A，B，C，D 共線且 $\overline{AB}$：$\overline{BC}$：$\overline{CD}$=1：2：3，則下列敘述何者正確？



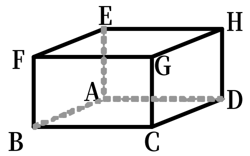
(A) $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$　(B) $\overrightarrow{CB}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}$　(C) $\overrightarrow{BA}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD}$　(D) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$

(E) $\overrightarrow{DB}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{DA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

3. 如圖，長方體 $ABCDEFGH$，下列敘述何者一定成立？

(A) $\overline{ED}\perp\overline{CD}$　(B) $\overline{EC}=\overline{FD}$　(C)若底面 $ABCD$ 的中心（兩對角線交點）為 P，則 $\overline{EP}\perp\overline{BD}$　(D)長方體各稜中與 $\overline{BE}$ 互相歪斜者共有 6 條

(E)四面體 $EABD$ 的體積是長方體的 $\dfrac{1}{3}$



二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

1. 已知 $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=4$，

(1)若 $\vec{a},\vec{b}$ 的夾角為 $120°$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ = ______(a)______

(2)若 $|2\vec{a}+\vec{b}|=2\sqrt{13}$，則 $|\vec{a}+\vec{b}|$= ______(b)______ ．

2. 平面上三點 $O(0,0)$，$A(2,3)$, $B(-3,4)$,

(1)若 $OAPB$ 為平行四邊形，則 P 點坐標為______(c)______

(2)若點 Q 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AQ}=2\overline{QB}$，則 Q 點坐標為______(d)______

(3)若點 R 為 ΔOAB 的重心，則 $\overrightarrow{RA}+\overrightarrow{RB}$ =______(e)______（以坐標表示）

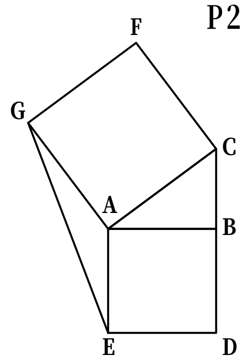
3. 設 $\vec{a}=(3,5)$，$\vec{b}=(-2,3)$，α，β 為實數．

(1)若 $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=(7,-1)$，則 (α,β)=______(f)______

(2)若 $(\alpha+\beta-1)\vec{a}+(\alpha-\beta-5)\vec{b}=\vec{0}$，則 (α,β)=______(g)______

4. ΔABC 中，D 為 $\overline{BC}$ 上一點，P 為 $\overline{AD}$ 上一點，若 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{3}{19}\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{19}\overrightarrow{AC}$，

則 $\overline{BD}$：$\overline{CD}$ = ______(h)______ ．



5. **如圖，**ΔABC**中，**$\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 3$，$ACFG$ **和** $ABDE$ **均為正方形**.

(1)**若** $A(0, 0)$，$B(4, 0)$，**則** $\overrightarrow{CF} =$ ____(*i*)____

(2) ΔAGE**的面積為** ____(*j*)____

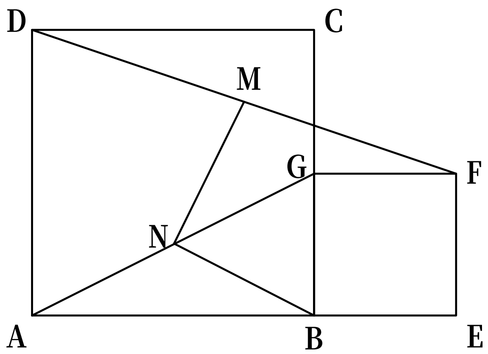
(3) $\cos\angle FAD$ = ____(*k*)____ .

6. $\vec{a} = (x, 2)$，$\vec{b} = (1, y)$，x，y **為實數，若** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$，**則**$|\vec{a} - \vec{b}|$**之最小值為** ____(*l*)____

7. ΔABC**是邊長為 4 的正三角形，**D, E, F **為三邊中點．沿** $\overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FD}$**上摺，使** A, B, C **三點重疊在** P **點成為一個正四面體** $P\text{-}DEF$**．則此四面體頂點** P **與底面** DEF **的高度為** ____(*m*)____ .

三、證明題(7 分)

如圖，$ABCD$ **與** $BEFG$ **為正方形，**M **是** $\overline{DF}$**中點，**N **是** $\overline{AG}$**中點，試證：**$\overline{MN} \perp \overline{NB}$



北一女中 92 學年度第一學期第一次段考高二數學科答案卷

一、多選題（每題 5 分，共 15 分）

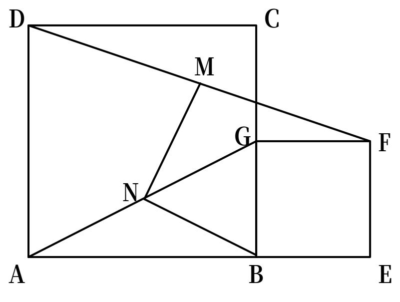
1	2	3
AD	ACDE	ABD

二、填充題(每格 6 分，共 78 分)

(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)
-6	5	(-1，7)	$(-\frac{4}{3},\frac{11}{3})$
(*e*)	(*f*)	(*g*)	(*h*)
$(-\frac{1}{3},\frac{7}{3})$	(1，-2)	(3，-2)	5：3
(*i*)	(*j*)	(*k*)	(*l*)
(-3, 4)	6	$-\frac{3}{5}$	$2\sqrt{5}$
(*m*)			
$\frac{2\sqrt{6}}{3}$			

三、證明題(7 分)

如圖，***ABCD*** 與 ***BEFG*** 為正方形，***M*** 是 $\overline{DF}$ 中點，***N*** 是 $\overline{AG}$ 中點，試證：$\overline{MN}\perp\overline{NB}$



(證法一)設大小正方形邊長分別為 x, y，

建坐標 A(0, 0), B(x, 0),**則** $M(\frac{x+y}{2},\frac{x+y}{2})$, $N(\frac{x}{2},\frac{y}{2})$

$\Rightarrow \vec{NM}=(\frac{y}{2},\frac{x}{2}), \vec{BN}=(-\frac{x}{2},\frac{y}{2})$，**得** $\overrightarrow{NM}\cdot\overrightarrow{BN}=0$

(證法二) $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{BN}=(\overrightarrow{BN}-\overrightarrow{BM})\cdot\overrightarrow{BN}=|\overrightarrow{BN}|^2-\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BN}=|\overrightarrow{BN}|^2-\frac{1}{4}(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BF})\cdot(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BG})$

$=|\vec{BN}|^2-\frac{1}{4}(|\vec{BA}|^2+\sqrt{2}|\vec{BA}|\cdot|\vec{BG}|\cos 45^\circ+\sqrt{2}|\vec{BG}|\cdot|\vec{BA}|\cos 135^\circ+|\vec{BG}|^2)$

$=|\overrightarrow{BN}|^2-\frac{1}{4}|\overrightarrow{AG}|^2=0$