

第壹部分：選擇題 (74%)

一、單一選擇題 (12%)

說明：第 1 至 2 題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯倒扣 1.2 分，倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未答者，不給分亦不扣分。

1. 已知  $x_1, x_2$  是方程式  $x^2 - (k-2)x + (k^2 + 3k + 5) = 0$  的兩個實數根，則  $x_1^2 + x_2^2$  的最大值是多少？
  - (1) 19
  - (2) 18
  - (3)  $5\frac{5}{9}$
  - (4) -31
  - (5) 不存在
  
2. 將 0~9 這 10 個數字分別寫在 10 張卡片上，再從中隨機抽取若干張放在桌上，放置時數字可能上下放顛倒，今規定數字 0, 1, 8 若被放顛倒，仍分別被讀為 0, 1, 8；數字 6, 9 若被放顛倒，則分別被讀為 9, 6；其他數字放顛倒則成為不可讀。假定放置顛倒與否是隨機的，則抽取一張卡片時，該卡片可讀的機率為多少？
  - (1)  $\frac{1}{10}$
  - (2)  $\frac{1}{20}$
  - (3)  $\frac{3}{4}$
  - (4)  $\frac{2}{3}$
  - (5)  $\frac{2}{5}$

## 二、多重選擇題 (32%)

說明：第3至6題，每題各有5個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得1.6分；每答錯一個，倒扣1.6分，完全答對得8分，未答者，不給分亦不扣分。倒扣到本大題之實得分數為零分為止。

3. 設 $a$ 與 $b$ 均為實數，且二次函數 $f(x)=a(x-1)^2+b$ 滿足 $f(3)>0$ ， $f(4)<0$ ，則下列何者為真？
- (1)  $a>0$
  - (2)  $b>0$
  - (3)  $f(-1)>0$
  - (4)  $f(-2)>0$
  - (5)  $a+b>0$
4. 空間中有一平面 $T: x+2y+2z=0$ ，若平面 $T$ 與 $xy$ 平面之交線的方向向量為 $\vec{a}=(2, a_2, a_3)$ ，與 $\vec{a}$ 垂直且平行平面 $T$ 的向量為 $\vec{b}=(2, b_2, b_3)$ ，則
- (1)  $a_2=1$
  - (2)  $a_3=0$
  - (3)  $b_2=4$
  - (4)  $b_3=5$
  - (5)  $a_2+b_2=3$
5. 下列各方程式所表的圖形是雙曲線的有那些？
- (1)  $4xy+3x^2-2=0$
  - (2)  $5x^2+8xy-2y^2+x-2=0$
  - (3)  $x^2+6xy+9y^2-3y+1=0$
  - (4)  $x^2+xy+y^2+2x-3y+6=0$
  - (5)  $x^2+2y^2+4x+4y+6=0$
6. 二次曲線 $\Gamma: ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ 中，經過移軸與轉軸的變換後，下列那些值不會改變？
- (1)  $b^2-4ac$
  - (2)  $a-c$
  - (3)  $a+c$
  - (4)  $f$
  - (5)  $a+b+c$

三、選填題 (30%)

說明：A、B、C、D、E、F 六題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (⑦至⑳) 中標示答案。每一題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A.  $\triangle ABC$  三邊長分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，已知  $a$  比  $b$  長 2 單位， $b$  比  $c$  長 2 單位，又最大角的正弦函數值是  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求此三角形面積為  $\frac{\textcircled{7}\textcircled{8}\sqrt{\textcircled{9}}}{4}$  平方單位。

B. 若實數  $x$  滿足  $\log_3 x = 1 - \cos \theta$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，求  $|x-1| + |x-9|$  的值 =  $\textcircled{10}$ 。

C. 設拋物線  $\Gamma: y = x^2$ ，圓  $O: x^2 + y^2 - 8y + 15 = 0$ ，若動點  $P$  在拋物線  $\Gamma$  上，動點  $Q$  在圓  $O$  上，則  $\overline{PQ}$  的最小值為  $\frac{\sqrt{\textcircled{11}\textcircled{12}} - \textcircled{13}}{2}$ 。

D. 交通局分別針對大型車，小型車，機車，駕駛人肇事率調查，其肇事率依次為 10%，30%，5%，又各型車輛駕駛人酒後肇事比率依次為 20%，50%，30%，今有駕駛人酒後肇事，則此人駕駛小型車之機率為  $\frac{\textcircled{14}\textcircled{15}}{\textcircled{16}\textcircled{17}}$ 。(約成最簡分數)

E. 設  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ ，且點  $P(-4, 4)$  經過  $A$  的變換後的像為  $Q$ ，則  $Q$  點坐標為  $(\textcircled{18}\textcircled{19}\sqrt{2}, \textcircled{20})$ 。

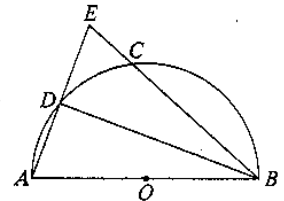
F. 設  $A, B, C, D$  四個城市的道路圖如右，某人的次日行程為：駐足本城與到鄰城的機率均為  $\frac{1}{3}$ ，已知某人第一天在  $A$  城過夜，則此人第四天在  $B$  城過夜的機率為  $\frac{\textcircled{21}}{\textcircled{22}\textcircled{23}}$ 。



第貳部分：非選擇題（26%）

說明：第1、2及第3題為計算證明題，請在答案卷之「作答區」作答，必須於題號欄註明題號，並寫出演算過程，每題配分標於題末。

1. 如圖， $\overline{AB}$  是圓  $O$  的直徑， $\overline{AB} = 4$ 、弦  $BC$  長為 3、 $\angle ABC$  的平分線交半圓於  $D$ ， $AD$  與  $BC$  延長線交於  $E$ 。



(1) 求  $\overline{AD}$  長。（4分）

(2) 試證明  $\triangle EDC$  相似於  $\triangle EBA$ 。（3分）

(3)  $\frac{\text{四邊形 } ABCD \text{ 面積}}{\triangle EDC \text{ 面積}} = ?$ （3分）

2. 求滿足  $C_r^n : C_{r+1}^n : C_{r+2}^n = 1 : m : 2m$  的整數組  $(m, n, r)$ ，其中  $n \geq r+2$ ， $r \geq 0$ ， $m > 0$ 。  
(兩解) (10分)

3. 設  $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ ，若  $n \in N$  且  $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $n$  的最小值為多少？（6分）

北區公立高中 92 學年度第二學期指定考科第二次模擬考數學甲解答

選擇題		選填題		非選題	
1.	(2)	A.	$\frac{15\sqrt{3}}{4}$	1.	(1) $\overline{AD} = \sqrt{2}$ (3) 7
2.	(3)	B.	8	2.	(5, 5, 0)或(3, 11, 2)
3.	(2)(3)(5)	C.	$\frac{\sqrt{15} - 2}{2}$	3.	12
4.	(2)(3)(5)	D.	$\frac{30}{37}$		
5.	(1)(2)	E.	$(-4\sqrt{2}, 0)$		
6.	(1)(3)	F.	$\frac{7}{27}$		