

北一女中九十二學年度第二學期高三期末考社會組數學科試題

一、多重選擇題

1. 設 A, B 均為二階方陣，且 $\det(A), \det(B)$ 分別表示 A, B 的行列式值，若 $\det(A) \times \det(B) \neq 0$ ，則下列哪些式子恆成立？
 (A) $(AB)C = A(BC)$ (B) $AB = AC \Rightarrow B = C$ (C) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$ (D) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
 (E) $\det(2A) = 2\det(A)$.

2. 下列敘述何者正確？

(A) 對 x 軸鏡射的矩陣表示 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (B) 在經變換 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 後圖形與原圖形對原點對稱

(C) 對直線 $x = y$ 的鏡射矩陣亦為一旋轉矩陣 (D) 坐標平面上任一正方形，在變換 $(x, y) \rightarrow (2x, \frac{y}{2})$ 的變換下為一平行四邊形，且此平行四邊形面積與原正方形相同 (E) 任意 $\triangle ABC$ 在經變換 $(x, y) \rightarrow (x+1, y-2)$ 後，形狀與面積皆保持不變 .

3. 有關 $y = 2\sin(2x - \frac{p}{2})$ 的圖形，下列敘述何者為真？ (A) 週期為 $\frac{p}{2}$ (B) 由 $y = 2\sin 2x$ 向右移動 $\frac{p}{2}$ 得之

(C) $y = 2\sin(2x - \frac{p}{2})$ 與 $y = 2\cos 2x$ 的圖形相同 (D) 可由 $y = \sin(x - \frac{p}{2})$ 經過左右壓縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，再上下拉長

為 2 倍得之 (E) 利用一個伸縮變換和一個平移變換，將 $y = \sin x$ 的圖形變為 $y = 2\sin(2x - \frac{p}{2})$ 的圖形不

管先利用平移變換或者先利用伸縮變換，這個伸縮變換均為 $(x, y) \rightarrow (\frac{1}{2}x, 2y)$.

4. 使用兩種正多邊形為基本圖案，下列何者無法鋪滿平面？ (A) 正三角形及正六邊形 (B) 正三角形及正方形
 (C) 正三角形及正十二邊形 (D) 正方形及正八邊形 (E) 正五邊形及正十邊

5. $\{f_n\}$ 表費氏數列， $f_1 = 1, f_2 = 1, f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ ，則下列敘述何者正確？ (A) $f_8 = f_7 + f_4 + f_5$

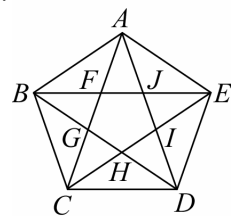
(B) $f_1 + f_3 + f_5 + f_7 + f_9 + f_{11} + f_{13} + f_{15} = f_{16}$ (C) $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{1000}$ 共有 500 個偶數

(D) 若 $b_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$ ，則 $b_n = 1 + b_{n-1}$ (E) 若 $b_n = \frac{f_{n+1}}{f_n}$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

6. 如圖 ABCDE 為正五邊形，下列何者正確？ (A) $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (B) G 為 \overline{AC} 的黃金分割點

(C) $\triangle ACD$ 為黃金三角形 (D) $\triangle ACD$ 與 $\triangle CDE$ 面積比值為 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(E) 正五邊形 ABCDE 與 FGHIJ 的面積比值為 $(\frac{1 + \sqrt{5}}{2})^2$.

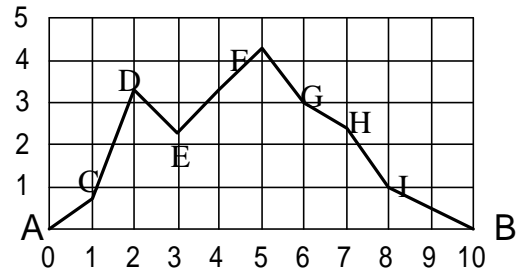


7. 關於正多面體的敘述，下列何者正確？ (A) 正多面體有無限多種 (B) 正十二面體的每一個頂點皆由三個正五邊形組成 (C) 正 20 面體的稜邊數為 30 (D) 正八面體的頂點數為 6 (E) 以正八面體的頂點所形成的正方形有三個 .

8. $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ 為一實係數方程式，若已知 $2i-1$ 為其一根且 $f(x) > 0$ 之解為 $2 < x < 4$ ，則下列敘述何者正確？ (A) $f(2) = 0$ (B) $2i+1$ 亦為 $f(x) = 0$ 之一根 (C) $e < 0$

(D) $y = f(x-4)$ 與 x 軸沒有交點 (E) $f(2x) < 0$ 之解為 $1 < x < 2$

9.右圖為某山脈的橫截面，A,B 都位於海平面，二軸均以 1 個單位長度代表 1km，則下列敘述何者正確？



- (A) 山脈的最高點高於海平面約 4300 公尺
- (B) 山脈最陡處之斜率約為 3
- (C) 這山脈在此截面的高度有 50% 是在 2000 公尺以下
- (D) 此山脈坡度最緩的部分在 AC 之間
- (E) 若這橫截面面積為 $x \text{ km}^2$ ，則這山脈此截面的平均高度約為 $\frac{x}{10} \text{ km}$

10. 設 P_1 表示丟 2 個公正硬幣時，恰好出現 1 個正面的機率， P_2 表示擲 2 個均勻骰子，恰好出現 1 個偶數點的機率， P_3 表示從一個裝有黑、白球各 10 個的袋子中取球 2 次，一次取一球，取出球不放回，恰好出現個 1 白球的機率， P_4 表示丟 4 個公正硬幣時，恰好出現 2 個正面的機率。試問下列選項哪些為真？

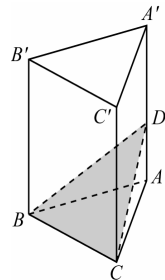
- (A) $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 1/2$
- (B) $P_3 = 5/18$
- (C) $P_4 = 1/16$
- (D) $P_1 = P_2 > P_4$
- (E) $P_1 = P_2 < P_3$

二、填充題

1. 設 $a, b \in \mathbf{R}$ ，若在 $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ 所定義的變換之下，把直線 $L: 2x + y - 7 = 0$ 變換到另一直線

$L': 9x + y - 91 = 0$ ，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ (A) .

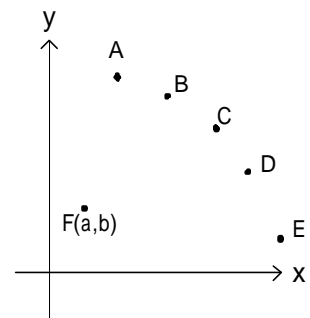
2. 如右圖，設 $ABC - A'B'C'$ 為一正三角柱，其底面邊長為 2，一平面過 \overline{BC} 且與底面成 30° 的兩面角，若此平面與 $\overline{AA'}$ 相交於 D ，則 \overline{AD} 之長為 (B) .
 截面 BCD 之面積為 (C) .



3. 某人在甲、乙、丙三銀行各存入十萬元，各存滿一年後，分別取出。已知該年各銀行之月利率每 4 個月調整一次，甲銀行利率全年維持不變皆為 0.3%；乙銀行雖然年初利率較低只有 0.2%，但每次調整皆增加 0.1%；丙銀行原先利率較高為 0.4%，但每次調整皆降低 0.1%，情況如右表，且全年十二個月皆依機動利率按月以複利計息。假設存滿一年，某君在甲、乙、丙三家銀行存款的本利和分別為 a, b, c 元，則 a, b, c 之大小關係為 (D) .

		甲銀行	乙銀行	丙銀行
1	4 月	0.3%	0.2%	0.4%
5	8 月	0.3%	0.3%	0.3%
9	12 月	0.3%	0.4%	0.2%

4. 右圖中 A, B, C, D, E 為坐標平面上的五個點，而 $F(a, b)$ ，比較將 A, B, C, D, E 這五個點的坐標代入 $x - a = k(y - b)$ 所得的 k 值，則代入 (E) 點所得的 k 值最大



5. 某種冰淇淋是用球形塑膠殼包裝的，有 80 克和 270 克裝二種規格(內容量與體積成正比)。假設冰淇淋售價 = (冰淇淋成本 + 包裝成本) × (1 + 利潤率)，且包裝成本與球形外殼表面積成正比。已知 80 克裝冰淇淋售價為 120 元，其中冰淇淋成本為每克 1 元，利潤率為 20%，則在利潤率不變的情況下，270 克裝冰淇淋售價應為 (F) 元，又二種規格中買哪一種比較合算？ (G) .

北一女中九十二學年度第二學期高三期末考社會組數學科試題答案卷

一、多重選擇題(50分)

1 AB	2 ABDE	3 DE	4 E	5 AB
6 ABCD	7 BCDE	8 AC	9 ABE	10 DE

二、填充題(50分)

(A) (3, 4)	(B) 1	(C) 2	(D) $a > b = c$
(E) D	(F) 378	(G) 270	