

北一女中九十二學年度第二學期期末考高三理組數學科試題卷

一、單選題：每題 5 分，共 20 分。

設  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ，試回答下列問題：

1. 函數  $f(x)$  之極小值為 <1> 0 <2> 1 <3> 2 <4> 4
2. 下列何者為  $y = f(x)$  圖形之切線方程式 <1>  $y = -4x$  <2>  $y = 9x + 10$  <3>  $x = 4$  <4>  $y = 3$
3. 函數  $y = f(x)$  在下列那個區間為遞增 <1>  $(0, 2)$  <2>  $(1, 3)$  <3>  $(3, 5)$  <4>  $(2, 4)$
4.  $f(x) = k$  有三相異實根，則  $k$  之範圍為 <1>  $k > 3$  <2>  $0 < k < 4$  <3>  $k < -3$  <4>  $1 < k < 3$

二、多重選擇題：每題 8 分，共 32 分。

1. 下列者為真？

<1>  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} - 1 \right) = 1$

<2>  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$

<3>  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$  存在，其值為 1 或 -1

<4>  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot x - 1}{1 - \tan x} = 1$

2. 下列何為真？

<1> 若  $f'(1) = 4$ ，則  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+5h^2) - f(1+3h)}{4h} = -3$ 。

<2> 若  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ，則  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  存在。

<3> 若  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 。

<4> 若  $f'(a) = 0$ ，則  $f(a)$  為極大或極小值。

3. 已知函數  $f(x)$  在閉區間  $[a, b]$  為連續函數，若  $x = a$  ( $a < a < b$ ) 處有極大值，且  $f(x)$  在  $x = a$  處及附近各點都可微分，則下列何為真？

<1>  $f'(a) = 0$  且  $f'(x)$  在  $x = a$  處附近，由負變零再變正

<2>  $f'(a) = 0$  且  $f'(x)$  在  $x = a$  處附近，由正變零再變負

<3>  $f(x)$  在  $x = a, x = b$  處一定有極值。

<4> 設  $a < b < b$  且  $f'(b)$  不存在，則  $f(x)$  在  $x = b$  處有極值。

4.  $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 1 \\ x^2 + ax + b & x > 1 \end{cases}$ ，若  $f'(1)$  存在，則下列何者為真？

<1>  $a + b = 1$

<2>  $f'(1) = 3$

<3> 以  $(2, c)$  為切點之切線方程式為  $y = 5x - 5$

<4>  $f(x)$  為可微分函數

三、填充題：每格 6 分，共 36 分。

1. 已知  $f(x)$  為三次式且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 3x + 2} = 2$ ，則  $f(x) =$  \_\_\_\_\_。
2. 求多項式  $f(x) = (x^3 - x + 1)^{20}$  除以  $(x - 1)^2$  的餘式為 \_\_\_\_\_。
3. 已知曲線  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  與  $y = 0$  在原點相切。若此曲線所有切線斜率之最小值為  $-3$ ，則  $(a, b, c) =$  \_\_\_\_\_。
4. 對於任意實數  $x$ ，不等式  $3x^4 + 4ax^3 + 16 > 0$  恆成立，則  $a$  之範圍為 \_\_\_\_\_。
5. 設拋物線  $y = ax^2 + bx + c$  與  $5x - y - 4 = 0$  相切於  $(2, 6)$  而且與直線  $x - y + 2 = 0$  相切，則拋物方程式為 \_\_\_\_\_。
6. 已知函數  $f(x) = \sin^3 x - \cos^2 x + \cos 2x$ ，若  $f(x)$  之最大值為  $a$ ，最小值為  $b$ ，則  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_。

四、計算題：12 分

1. 以分割逼近法求  $y = f(x) = x^2$  圖形之下， $x$  軸之上，且介於  $x = 1$  與  $x = 3$  之間的區域面積

北一女中九十二學年度第二學期期末考高三理組數學科試題答案卷

一、單選題：每題 5 分，共 20 分。

1.	2.	3.	4.
1	2	3	2

二、多重選擇題：每題 8 分，共 32 分。

1.	2.	3.	4.
2,4	1,3	2,3,4	2,3,4

三、填充題：每格 6 分，共 36 分。

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$(3x-4)(x-1)(x-2)$	$40x-39$	$(\pm 3, 0, 0)$	$-2 < a < 2$	$y = 2x^2 - 3x + 4$	$(0, -2)$

四、計算題：12 分

1. 26/3
------------