

北一女中 92 學年度第二學期 高三數學甲 第一次段考試題卷  
一、多選題:20%

( ) 1.  $\triangle ABC$  經過下列那一個方陣的變換, 得出一個相等面積的三角形?

(A)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  (B)  $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (D)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (E)  $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

( ) 2.  $0 < x < \frac{p}{2}$ , 下列何者正確? (A)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  (B)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 1$

(C)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$  (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 1$  (E)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x} = \frac{5}{3}$

( ) 3. 下列何者正確? (A)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[ \frac{1}{x} \right] = 1$  (B)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left[ \frac{1}{x} \right]$  不存在

(C)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = 1$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left[ \frac{1}{n} \right] = 1$  (E)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left[ \frac{1}{n} \right] = 1$

( ) 4. 若  $\frac{3p}{8} \leq x \leq \frac{3p}{4}$ , 且  $y = 3\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x$

(A) 當  $x = \frac{3p}{4}$  時,  $y$  有最大值 (B) 當  $x = \frac{3p}{8}$  時,  $y$  有最小值

(C)  $y$  之最大值為  $2 + \sqrt{2}$  (D)  $y$  之最小值為  $2 - \sqrt{2}$  (E)  $y$  之最小值為 1.

一. 填充題: 80%

1. 曲線  $2x^2 - \sqrt{3}xy + y^2 = 5$  的中心為 \_\_\_\_\_, 正焦弦長為 \_\_\_\_\_.

2. 數列  $\left\langle \left( \frac{2x+1}{x} \right)^n \right\rangle$  收斂, 則  $x$  之範圍為 \_\_\_\_\_.

3.  $\alpha, \beta$  為  $x^2 - \sqrt{3}x - 1 = 0$  的二根, 且  $\alpha > \beta$ , 則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha^n - \beta^{n+1}}{\alpha^{n+1} - \beta^{n-1}} =$  \_\_\_\_\_.

4. 不等式  $\log(7x - x^2) < 1 + \log(5 - 2x)$  的解為 \_\_\_\_\_.

5.  $a, b \in \mathbb{R}$ , 不等式  $ax + 1 \leq b$  解為  $-2 \leq x \leq 10$ , 則序組  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_.

6. 不等式  $|x+2| + |x+8| < a$  無實數解, 則實數  $a$  之範圍為 \_\_\_\_\_.

7.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & \text{當 } x < 2 \\ x^3 + 2ax^2 - 3bx - 9, & \text{當 } x \geq 2 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $x=2$  之極限值為 9, 則  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

8.  $x, y \in \mathbb{R}^+$ ,  $x^2 + y^2 = 1$ , 求  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  之範圍 \_\_\_\_\_

9. 設有男女生各若干名, 已知男生的四倍與女生的五倍共 299 名, 又男生比女生多, 但不到女生的 2 倍, 則男女生人數相差至少 \_\_\_\_\_ 人。

10.  $\sqrt{10 - x^2} > 2x + 1$  的解集合為 \_\_\_\_\_

11. 多項式  $f(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ , 若  $f(x)$  除以  $x(x-1)$  的商式  $Q(x)$ , 求  $Q(1) =$  \_\_\_\_\_

北一女中 92 學年度下學期 高三數學甲 第一次月考答案卷

一. 多選題: 20%

1 ABDE	2 ACE	3 ACDE	4 CE
--------	-------	--------	------

二. 填充題: 80%

1. $(0, 0)$	$\sqrt{10}$	2. $-1 \leq x < -\frac{1}{3}$	3. $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$
4. $0 < x < 2$	5. $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{2})$	6. $a \leq 6$	7. $(2, 1)$
8. $[2\sqrt{2}, \infty)$	9. 5	10. $-\sqrt{10} \leq x < 1$	11. 1