

一. 多重選擇題(20% 每題 10 分)

1. 已知  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 2$  , 下列何者的值也是 2 ?

(1)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$                       (2)  $\begin{vmatrix} a_3 & c_3 & b_3 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_1 & c_1 & b_1 \end{vmatrix}$

(3)  $(b_3, c_3, a_3) \cdot \left( \begin{vmatrix} c_2 & a_2 \\ c_1 & a_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_1 & c_1 \end{vmatrix} \right)$

(4)  $\begin{vmatrix} a_3 & 2a_3 + 3a_2 & a_2 \\ c_3 & 2a_2 + 3a_2 & c_2 \\ b_3 & 2a_2 + 3b_2 & b_2 \end{vmatrix}$                       (5)  $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 + 2a_3 & a_3 - 3a_1 \\ b_1 & b_2 + 2b_3 & b_3 - 3b_1 \\ c_1 & c_2 + 2c_3 & c_3 - 3c_1 \end{vmatrix}$

2. 拋物線  $\Gamma_1 : (y - 2)^2 = -8x$  的頂點與焦點是橢圓  $\Gamma_2$  的焦點，拋物線  $\Gamma_1$  的正焦弦長是橢圓  $\Gamma_2$  的短軸長，橢圓  $\Gamma_2$  的 (1)長軸長是  $\sqrt{17}$  (2)短軸長是 4 (3) 正焦弦長是  $32/\sqrt{17}$  (4) 中心是(1, 2) (5) 長軸上的頂點是  $(-1 \pm \sqrt{17}, 2)$

二. 填充題(60% 每格 6 分)

1. 方程組  $\begin{cases} 3x + y - z = 4 \\ 2x + ay + 3z = 2 \\ 2x + 2y + z = b \end{cases}$  的解是  $(2, -1, c)$  , 則  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ 。

2. 球面  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 3ay + 11a + 7 = 0, a \in \mathbb{R}$  與平面  $z = 1$  的交集 C 的圖形 (1) 是一點 (2)是一圓 (3) $a > 4$  時是一圓 (4) $a < 4$  時是 (5) $a < -\frac{8}{13}$  時是 \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_ (單選題) ,

當 C 的圖形是一圓時，圓心在平面  $z = 1$  上的軌跡方程式為 \_\_\_\_\_ ③ \_\_\_\_\_ 。

3.  $0 \leq x \leq 2\pi$  , 不等式  $2\cos^2 x - \cos x - 1 < 0$  的解為 \_\_\_\_\_ ④ \_\_\_\_\_ 。

4. 解不等式  $2\log(x + 3) > \log(x + 1) + 3\log 2$  \_\_\_\_\_ ⑤ \_\_\_\_\_ 。

5. 一雙曲線的二漸近線方程式是  $3x + 2y - 3 = 0$  及  $3x - 2y + 3 = 0$  ,  $(-1, 2)$  是雙曲線上的一點, 此雙曲線的貫軸在直線  $L$  上,  $L$  的方程式為 \_\_\_\_\_ ⑥ \_\_\_\_\_ 。
6. 老王賣成衣, 一件洋裝成本 700 元賣 1400 元, 賣出去的機率是 60%; 一條長褲成本 500 元賣 800 元, 賣出去的機率是 80%。批來的貨不能退, 老王賣一件洋裝與一條長褲的期望利潤何者較高? \_\_\_\_\_ ⑦ \_\_\_\_\_ 。
7. 許胖子買樂透彩券都是自己選號, 他選號的方法是先自 0, 1, 2, 3, 4 五個數字中任選二個, 再自 5, 6, 7, 8, 9 五個數字中任選二個。由這四個數字任意組成的 01~42 的號碼中任選六個簽樂透, 號碼的數字可重覆。許胖子選四個數字的方法有 \_\_\_\_\_ ⑧ \_\_\_\_\_ 種; 選出的四個數字構成的所要的號碼最多有  $a$  個, 最少有  $b$  個,  $a - b =$  \_\_\_\_\_ ⑨ \_\_\_\_\_ ; 選出的四個數字不能構成六個所要的號碼的機率為 \_\_\_\_\_ ⑩ \_\_\_\_\_ 。

三. 計算題(20% 每題 10 分)

1. 一玩具工廠生產 A、B 兩種玩具, 玩具 A 每個可獲利 300 元, 玩具 B 每個可獲利 360 元。假設製造玩具的成本共分三部分: 設計費、材料費與工資, 而 A、B 兩種玩具每個的成本分別如下:

	設計費	材料費	工資
A	30	10	10
B	10	10	20

在設計費不超過 9000 元, 材料費不超過 4000 元, 工資不超過 7000 元的原則下, 應各生產多少, 才會使總淨利最高?

2. 球面  $S$  與平面  $E_1: x - 3y - 2z = 15$  相切於點  $(2, a, 1)$ ,  $S$  的球心到平面  $E_2: 2x - y + 3z + 15 = 0$  的距離是  $2\sqrt{14}$ , 求球面  $S$  的方程式。

一. 多重選擇題(20% 每題 10 分)

1. 1 2 5                      2. 3 5

二. 填充題(60% 每格 6 分)

①	②	③	④
$\frac{9}{2}$	$\frac{3}{2}$	$3x-2y=0, x < -4 \vee x > \frac{8}{13}$	$0 < x < \frac{2\pi}{3} \vee \frac{4\pi}{3} < x < 2\pi$
⑤	⑥	⑦	⑧
$x > -1$ 但 $x \neq 1$	$y = \frac{3}{2}$	一樣	100
⑨	⑩		
4	$\frac{2}{5}$		

三. 計算題(20% 每題 10 分)

1. 一玩具工廠生產 A、B 兩種玩具，玩具 A 每個可獲利 300 元，玩具 B 每個可獲利 360 元。假設製造玩具的成本共分三部分：設計費、材料費與工資，而 A、B 兩種玩具每個的成本分別如下：

	設計費	材料費	工資
A	30	10	10
B	10	10	20

設計費不超過 9000 元，材料費不超過 4000 元，工資不超過 7000 元的原則下，應各生產多少，才會使總淨利最高？

答：應生產 A 玩具 100 個  
B 玩具 300 個

2. 球面 S 與平面

$E_1 : x - 3y - 2z = 15$  相切於點  $(2, a, 1)$ ，S 的球心到平面

$E_2 : 2x - y + 3z + 15 = 0$  的距離是

$2\sqrt{14}$ ，求球面 S 的方程式。

答：  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$