北 一 女 中 9 1 學 年 度 第 一 學 期 期 末 考　高 二 數 學 科 試 卷

一、填充題：(每格 5 分，共 80 分)

1. 坐標平面上，圓 C 過點 A(1 , 4)與 B(3 , 0)，圓心在 y 軸上，則圓 C 方程式為 ＿(1)＿ .

2. 自點 P(1 , 5)向圓 $x^2+y^2-6x+4y+4=0$ 作二切線，切點分別為 A，B，則
(1)切線段 $\overline{PA}$ 長為 ＿(2)＿，(2)△PAB 之外接圓方程式為 ＿(3)＿ .

3. 平面 E：x－2y＋2z＋k＝0，球面 S： $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+5=0$，若 E 與 S 相交成一圓，則 k 值範圍為 ＿(4)＿ .

4. 過(－1 , 6 , 0)，(3 , 2 , 2)之球面有無限多個，則半徑最小的球面方程式為 ＿(5)＿ .

5. 球 $x^2+y^2+z^2-14x-16y-18z+94=0$ 與平面 x＋y＋z＝15 交出一圓 ,則圓心坐標為 ＿(6)＿.

6. 點 P(6 , 1 ,－3)，球面 S： $x^2+y^2+z^2-4x+6y+2z+10=0$ ，點 Q 在 S 上，當 Q 坐標為 ＿(7)＿ 時，$\overline{PQ}$ 有最小值 ＿(8)＿ .

7. 若 $x,y\in R$， $(x-4)^2+(y-3)^2=4$，則 $(x-1)^2+(y+1)^2$ 之最大值為 ＿(9)＿ .

8. 兩圓 $C_1\!:x^2+y^2-2x-2y+1=0$, $C_2\!:x^2+y^2+4x+4y-17=0$ 交A, B兩點, $\overline{AB}=$ ＿(10)＿.

9. 已知一球面 $S\!:x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$, 直線 L：$\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ 與球面 S 相交於A, B兩點, 則 $\overline{AB}$ 中點座標為 ＿(11)＿。

10. 球面 S 與 xy 平面截出一圓, 其方程式：$x^2+y^2+2x-4y-35=0$ 與 xz 平面截出一圓, 其方程式為 $x^2+z^2+2x+6z-35=0$，試求 $S=$ ＿(12)＿ .

11. 設 D($2x_1+3y_1$, $4y_1+5x_1$)，E($2x_2+3y_2$, $4y_2+5x_2$)，F($2x_3+3y_3$, $4y_3+5x_3$)，其中△DEF 之面積為 42，若 A(x_1 , y_1)，B(x_2 , y_2)，C(x_3 , y_3)，則△ABC 之面積為 ＿(13)＿ .

12. 方程組 $\begin{cases} x+ay-z=-4 \\ 2x+5y+z=-1 \\ x+5y-7z=b \end{cases}$ a，b∈R，有無限多組解，則 a＋b＝ ＿(14)＿ .

13. 設 k 為一正數，若 A(3 , 2 , 2)，B(5 , k–1 , 1)，C(1 , 1 , 0)，D(–1 , k^2＋2 , 1)四點共平面，則 k 為 ＿(15)＿ .

14. 已知 x，y，z∈R，求聯立方程組 $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ x+y-z=0 \\ xyz+2xy+x-3=0 \end{cases}$ 的解為 ＿(16)＿ .

二.計算題：(每題 10 分，共 20 分)

1. 試求 a，b，c 之間的關係，使下列方程組有解：$\begin{cases} 2x+3y-2z=a \\ x-2y+z=b \\ x-9y+5z=c \end{cases}$ (10 分)

2. 設 k 為一正數，且方程組$\begin{cases} x-y+z=0 \\ 3x-ky+5z=0 \\ kx+3y+2z=0 \end{cases}$有異於(0，0，0)之解，試求

(1)k＝？(5 分)

(2) $x^2+y^2+z^2-8x+2z+2$ 之最小值為何？(5 分)

北 一 女 中 91 學 年 度 第 一 學 期 期 末 考　高 二 數 學 科 答 案

一、填充題：(每格 5 分，共 80 分)

(1)	$x^2+(y-1)^2=10$	(2)	$2\sqrt{11}$	(3)	$x^2+y^2-4x-3y-7=0$	(4)	$4<k<10$
(5)	$(x-1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=9$	(6)	(4,5,6)	(7)	$(\frac{10}{3},\frac{-5}{3},\frac{-5}{3})$	(8)	4
(9)	49	(10)	$\sqrt{2}$	(11)	$(\frac{1}{3},-\frac{5}{3},\frac{1}{3})$	(12)	$(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=49$
(13)	6	(14)	–15	(15)	4	(16)	(3, 0, 3)

二.計算題：(每題 10 分，共 20 分)

1. 試求 a , b , c 之間的關係，使下列方程組有解：$\begin{cases} 2x+3y-2z=a \\ x-2y+z=b \\ x-9y+5z=c \end{cases}$　(10 分)

答: $a-3b+c=0$

2. 設 k 為一正數，且方程組$\begin{cases} x-y+z=0 \\ 3x-ky+5z=0 \\ kx+3y+2z=0 \end{cases}$有異於(0 , 0 , 0)之解，試求

(1)k＝？(5 分)

(2) $x^2+y^2+z^2-8x+2z+2$ 之最小值為何？(5 分)

答:(1)k = 7　(2)–4