

範圍：第三冊 §2-1 3-2

一、複選題：每題 5 分，共 30 分。

1. 在空間中，下列敘述何者正確？

- (A) 若兩平行平面  $E_1, E_2$  依次交第三平面於二直線  $L_1$  及  $L_2$ ，則  $L_1 \perp L_2$
- (B) 若平面  $E_1$  平行平面  $E_2$ ，而直線  $L_1$  及  $L_2$  分別在  $E_1, E_2$  上，則  $L_1 \perp L_2$
- (C) 若直線  $L$  垂直平面  $E$ ，則含  $L$  之每一平面均垂直平面  $E$
- (D) 設直線  $L_1, L_2$  分別在平面  $E_1, E_2$  上，若  $L_1 \perp L_2$ ，則  $E_1 \perp E_2$
- (E) 若  $L_1, L_2$  是歪斜線， $L_1, L_3$  也是歪斜線，則  $L_2, L_3$  必是歪斜線。

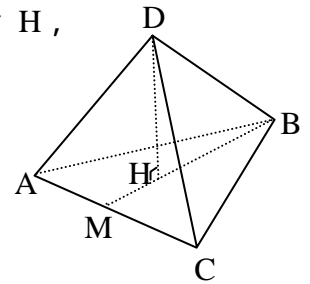
2. 在空間中，下列敘述何者正確？

- (A) 任意兩相異平面一定有公垂面
- (B) 任意兩相異直線一定有公垂線
- (C) 相交於一點的兩直線可決定唯一平面
- (D) 兩直線不相交必平行
- (E) 相異三點可決定唯一平面。

3. 如圖，若  $D-ABC$  為一正四面體，邊長為 10， $\overline{DH}$  垂直平面  $ABC$  於  $H$ ，

則下列何者正確？

- (A)  $H$  為  $\triangle ABC$  之內心
- (B)  $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$
- (C)  $\overline{DH} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$
- (D) 若平面  $ABC$  與平面  $ADC$  的夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta = -\frac{1}{3}$
- (E)  $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  的距離為  $5\sqrt{2}$



4. 已知點  $P(3, -4, -2)$  為空間中的一定點， $O$  為原點， $\alpha, \beta, \gamma$  為  $\overrightarrow{OP}$  之方向角，則下列敘述何者正確？

- (A)  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = -1$
- (B)  $P$  點到  $xy$  平面的距離 5
- (C)  $P$  點到  $y$  軸的距離  $\sqrt{13}$
- (D)  $P$  點相對於  $z$  軸的對稱點為  $(-3, -4, 2)$
- (E)  $P$  點相對於  $yz$  平面的對稱點為  $(-3, -4, -2)$ 。

5. 設點  $P(-5, 0, -8)$  及直線  $L: 3 - x = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$ ，則下列敘述何者正確？

- (A)  $(1, 2, -2)$  為直線  $L$  的一方向向量
- (B)  $P$  點在直線  $L$  上的正射影  $Q$  之坐標為  $(1, 6, -5)$
- (C)  $P$  點到直線  $L$  的最短距離 = 9
- (D)  $P$  點對於直線  $L$  的對稱點  $P'$  的坐標  $(-2, 3, -\frac{13}{2})$
- (E) 過  $P$  點且包含直線  $L$  的平面方程式為  $2x - y - 2z + 6 = 0$

6. 下列何者正確？

(A)  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$

(B)  $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} b+ka & a \\ d+kc & c \end{vmatrix}$

(C)  $\begin{vmatrix} a+kc & b+kd \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} e+ka & f+kb \\ a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c-e & d-f \end{vmatrix}$

(D) 若  $a, b$  均為正數，則  $\begin{vmatrix} \log_2 a^3 & \log_3 b^6 \\ \log_2 a^4 & \log_3 b^8 \end{vmatrix} = 0$

(E)  $\begin{vmatrix} 201 & 199 \\ 191 & 209 \end{vmatrix} < \begin{vmatrix} 2997 & 2999 \\ 1997 & 1999 \end{vmatrix}$

二、填充題：每格 5 分，共 60 分。

1. 設  $A(-1, 2, 3), B(2, 6, 3), C(-2, 4, 5)$  為空間中的相異三點， $E$  為  $ABC$  所在的平面，則：

(1)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$  【 (1) 】 (2)  $\overrightarrow{AC}$  在  $\overrightarrow{AB}$  上的正射影為【 (2) 】

(3)  $ABC$  面積 = 【 (3) 】 (4)  $E$  的平面方程式為【 (4) 】

(5) 若  $BAC$  之內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，設  $E$  在  $\overrightarrow{AD}$  上，且  $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ ，則  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC} =$  【 (5) 】。

2. 設  $P(x, y, z)$  為第一卦限上的點，已知  $P$  到  $x, y, z$  軸之距離分別為  $\sqrt{41}, \sqrt{65}, \sqrt{74}$ ，則  $P$  之坐標為【 (6) 】。

3.  $ABC$  中， $\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 8, \overline{AC} = 6$ ， $P$  為  $ABC$  內部之一點，設  $P$  到  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$  之距離分別為  $x, y, z$ ，則  $x^2 + 4y^2 + 9z^2$  之最小值 = 【 (7) 】。

4. 已知點  $P(2, 7, -1)$  與平面  $E: 6x - 3y - 6z = 17$ ，則  $P$  點與平面  $E$  的距離 = 【 (8) 】。

5. 已知兩平行線  $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = z-3, L_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = z+2$ ，試求：

(1)  $L_1, L_2$  的最短距離 = 【 (9) 】，

(2) 包含  $L_1, L_2$  的平面方程式為【 (10) 】。

6. 設兩平面  $E_1: x - y + z + 1 = 0, E_2: x + y + \sqrt{6}z - 6 = 0$ ，則兩平面  $E_1, E_2$  的夾角為【 (11) 】。

7. 若  $x, y$  之方程組  $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$  的解為  $(2, -10)$ ，則  $x, y$  之方程組  $\begin{cases} 2ax + 5by + 3c = 0 \\ 2dx + 5ey + 3f = 0 \end{cases}$  的解為【 (12) 】。

三、計算題：每小題 5 分，共 10 分。

1. 二歪斜線  $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4} = -z, L_2: \frac{x-1}{2} = y+1 = z-3$ ，試求：

(1) 含  $L_1$  且與  $L_2$  平行之平面方程式？

(2)  $L_1$  與  $L_2$  的最短距離？

一、複選題：每題 5 分，共 30 分。

1.	2.	3.	4.	5.	6.
AC	ABC	ABE	ACE	BC	BCD

二、填充題：每格 5 分，共 60 分。

(1)	(2)	(3)	(4)
5	$(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0)$	$5\sqrt{2}$	$4x - 3y + 5z = 5$
(5)	(6)	(7)	(8)
$\frac{20}{3}$	$(7, 5, 4)$	15	$\frac{20}{9}$
(9)	(10)	(11)	(12)
$\sqrt{41}$	$13x + 14y + 2z = 21$	$60^\circ$ or $120^\circ$ ( $\frac{\pi}{3}$ or $\frac{2\pi}{3}$ )	$(-3, 6)$

三、計算題：每小題 5 分，共 10 分。

1. 二歪斜線  $L_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{4} = -z$ ,  $L_2: \frac{x-1}{2} = y+1 = z-3$

(1) 求含  $L_1$  且與  $L_2$  平行之平面方程式？

(2) 求  $L_1$  與  $L_2$  的最短距離？

Ans : (1)  $x - y - z = 5$       (2)  $2\sqrt{3}$