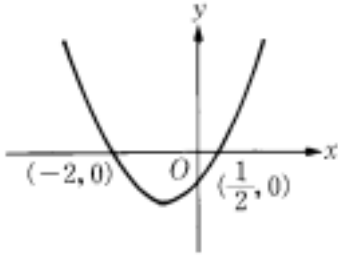


北一女中九十一學年度第二學期第一次段考高二數學科試題

注意：本試題卷分成【甲】選擇題與【乙】非選擇題
請將答案填寫於答案卷上的適當位置

【甲】選擇題 多選題：每題5分 共20分

- () 1. 若函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的圖形如附圖，則下列各數哪些為負數？
(A) a (B) b (C) c (D) $b^2 - 4ac$ (E) $a - b + c$



- () 2. 下列何者使 $P(x, y)$ 所成的圖形是橢圓？
(A) $\begin{cases} x = 1 + \cos \theta \\ y = 2 - \sin \theta \end{cases} (\theta \in R)$ (B) $\begin{cases} x = 2 \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} (\theta \in R)$ (C) $\begin{cases} x = 2 \sin \theta \\ y = -\cos \theta \end{cases} (0 \leq \theta < 2\pi)$
(D) $\begin{cases} x = 2 \cos 2\theta \\ y = 2 \sin \theta \cos \theta \end{cases} (0 \leq \theta < \pi)$ (E) $\begin{cases} x = \sin^2 \theta \\ y = \sin 2\theta \end{cases} (\theta \in R)$
- () 3. 下列的敘述，哪些是正確的？
(A) 雙曲線的一支，其實就是一條完整的拋物線
(B) 雙曲線的兩條漸近線恆通過雙曲線的中心
(C) 雙曲線的兩條漸近線就是包含貫軸的直線與包含共軛軸的直線的交角平分線
(D) 包含貫軸的直線與包含共軛軸的直線就是雙曲線的兩條漸近線的交角平分線
(E) 互稱為共軛雙曲線的兩個雙曲線有相同的漸近線。
- () 4. 在座標平面上， $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$, $P(x, y)$, 下列何者正確？
(A) 若 $\overline{AP} + \overline{BP} = 6$ ，則 P 的軌跡為一橢圓 (B) 若 $\overline{AP} + \overline{BP} = 4$ ，則 P 的軌跡為一線段
(C) 若 $\overline{AP} - \overline{BP} = 2$ ，則 P 的軌跡為一雙曲線 (D) 若 $\overline{AP} - \overline{BP} = 0$ ，則 P 的軌跡為一直線
(E) 若 $\overline{AP} - 3\overline{BP} = 0$ ，則 P 的軌跡為一圓。

【乙】非選擇題：分 填空題 與 計算與證明題

(一) 填空題：每空格5分，共60分

1. 有一拋物線 Γ 之焦點為 $F(1, 3)$ ，準線是 $L: x + y + 4 = 0$ ，那麼 Γ 的頂點為__ 1 __，
正焦弦的長度為__ 2 __ 且對稱軸的方程式為__ 3 __。
2. 已知橢圓的一頂點為 $(3, -6)$ ，又短軸的一端點為 $(1, 1)$ ，且長軸垂直 x 軸，
則其方程式為__ 4 __，正焦弦的長度為__ 5 __。

3. 雙曲線： $x^2 - 4y^2 - 2x + 16y - 19 = 0$ ，斜率為負值的漸近線方程式為____ 6 ____。
4. 已知一雙曲線的兩焦點與橢圓 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{36} = 1$ 的兩焦點相同，且共軛軸長為 $2\sqrt{3}$ ，則此雙曲線的方程式為____ 7 ____。
5. 等軸雙曲線之中心在 $(1, 2)$ ，又過點 $(0, 3)$ ，其一漸近線為 $x - 2y + 3 = 0$ ，則另一漸近線之方程式為____ 8 ____，又雙曲線上任一點 P 到二漸近線的距離的乘積為____ 9 ____。
6. 已知點 $A(-10, 0)$ ， $B(-4, 0)$ ，圓 $C: x^2 + y^2 = 64$ ，直線 $L: x - 12 = 0$ ，則
- (1) 過 A 且與圓 C 相切之動圓圓心的軌跡方程式為____ 10 ____。
- (2) 過 B 且與圓 C 相切之動圓圓心的軌跡方程式為____ 11 ____。
- (3) 切直線 L 且與圓 C 相外切之動圓圓心的軌跡方程式為____ 12 ____。

下列計算或證明題，請依就讀類組，寫在答案卷上

『第一類組』

(二) 計算題 共 2 題，每題 10 分，共 20 分

1. 就 k 值討論 $(1+k)x^2 + (1-k)y^2 = k+4$ 之圖形。
2. 設 $P(a, b)$ 為直線 $x - 2y - 2 = 0$ 上的一點 $Q(c, d)$ 為拋物線 $x^2 = 8y$ 上的一點，則
- (1) \overline{PQ} 的最小值為何？ (2) 當 \overline{PQ} 最小時，數對 (c, d) 為何？

『第二、三類組』

(二) 計算與證明題，共 2 題，每題 10 分，共 20 分

1. 設 $(p, 0)$ 為橢圓 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 的長軸上一定點，且 $0 < p < 2$ ，若點 (a, b) 為橢圓上距離 $(p, 0)$ 最近之點，試將 a 之值以 p 的函數表示。
2. 設 $c > 0$ ，試證明過拋物線 $y^2 = 4cx$ 上任意點的法線和切點到焦點連線所夾之銳角等於此法線與過切點而平行於拋物線的軸的直線所夾的銳角。

北一女中九十一學年度第二學期第一次段考高二數學科答案卷

『甲』 選擇題 每題 5 分 共 20 分

1. CE 2. BCDE 3. BDE 4. ABDE

『乙』 非選擇題： 共 80 分

(一) 填充題：每個空格 5 分，共 60 分

1. 1 $(-1, 1)$

4. 7 $\frac{y^2}{27} - \frac{x^2}{3} = 1$

2. 8 $\sqrt{2}$

5. 8 $2x + y - 4 = 0$

3. $x - y + 2 = 0$

9. $\frac{3}{5}$

2. 4 $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{49} = 1$

6. 10 $\frac{(x+5)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

5. $\frac{8}{7}$

11. $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

3. 6 $x + 2y - 5 = 0$

12. $y^2 = -40(x - 10)$

(二) 計算、證明題：每題 10 分，共 20 分

第一類組

1. (解) (1) $k = 1$ 或 -1 ，圖形為二平行直線 (2) $k = 0$ ，圖形為圓
(3) $k = -4$ ，圖形為相交於一點的二直線 (4) $-1 < k < 1$ 且 $k \neq 0$ ，圖形為橢圓
(5) $k < -1$ 或 $1 < k$ ，但是 $k \neq -4$ ，圖形為雙曲線

2. (解) (1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (2) $(c, d) = (2, \frac{1}{2})$

第二、三類組

1. $\frac{9}{8}p$

2. 略