

北一女中九十學年度第一學期第一次段考高三文組數學科試題

[選擇題 3 題,每題 5 分,共 15 分]

- 下列何者為不等式 $(x-2)^2(2x-5)^3(x^2+x-3) \geq 0$ 之解?(單選)

(A) $\frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

(B) $x \geq \frac{5}{2}$ 或 $\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \leq x \leq 2$ 或 $x \leq \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ (C) $x = 2$ 或 $\frac{5}{2}$, 或 $\frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

(D) $x \geq \frac{5}{2}$ 或 $\frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ (E) $x \geq \frac{5}{2}$ 或 $\frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ 或 $x = 2$
- 設 $-4 \leq x \leq -2, -3 \leq y \leq 1$, 下列各值範圍何者正確?(多選)

(A) $4 \leq x^2 \leq 16$ (B) $1 \leq y^2 \leq 9$ (C) $-1 \leq x - y \leq -3$ (D) $-4 \leq xy \leq 12$ (E) $-8 \leq xy + x \leq 10$
- 設實係數多項式 $y = f(x) = 2x^2 + ax + b$ 滿足 $f(\quad) = f(\quad + 3) = 0$, 下列何者正確?(多選)

(A) $f(-1) < 0$ (B) $f(+1) < 0$ (C) $f(+1) = f(+2)$ (D) $f(+4) > f(-2)$

(E) $f(x) = f(+\frac{3}{2})$

[填充題 14 格,每格 5 分,共 70 分]

- 設 $f(x) = (x-1)(x-7)$ 於 $0 \leq x \leq 5$ 的最大值 a , 最小值 b , 則 $a + b =$ _____
- 設 $f(x) = \frac{(x-2)(x^2+x+3)}{(x+3)(x^2+1)}$
 - 方程式 $f(x) = 0$ 之解為 _____
 - 不等式 $f(x) \leq 0$ 之解為 _____
- 解不等式 $2^{1-2x} - 3 \cdot 2^{2-x} - 32 < 0$ _____
- 解不等式 $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(5x+2) \leq 1$ _____
- 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 為 x 的實係數二次多項式, 且不等式 $f(x) > 0$ 之解為 $-5 < x < 3$, 則不等式 $f(2x+1) \leq 0$ 之解為 _____
- 設 $a \in \mathbb{R}$, 若方程式 $3^{2x+1} - 2a \cdot 3^x + (6-a) = 0$ 有二實根, 則 a 值範圍為 _____
- 若拋物線 $y = ax^2 + (a+1)x + a$ 的圖形完全在直線 $y = -1$ 的上方, 則 a 值範圍為 _____
- 設 $x > 10, y > 10$, 且 $xy = 1000$, 則 $\log x - \log y$ 的最大值 _____, 最小值 _____
- 設 $0 \leq x < 2\pi$, 解不等式 $\sin x \geq -\frac{1}{2}$ _____
- 設 $x + y = \frac{2p}{3}$, 又 $\sin x + \sin y$ 的最大值 a , 最小值 b , 則 $a =$ _____ $b =$ _____
- 設 $0 \leq x < 2p$, 若 $f(x) = \cos 2x + \sin x + 1$ 在 $x = a$ 時有最大值 b , 則 $a =$ _____, $b =$ _____

[計算題 2 題,共 15 分]

- 設 $x > 1, y > 1$, 且 $2 \log_x y - 3 \log_y x + 5 = 0$, 求 $x^2 - 6y^2$ 的最小值(7 分)
- (1) 作圖 $f(x) = |x^2 - 5x| + x$ (2) 若 $|x^2 - 5x| + x = k$ 有兩個相異實根, 求 k 值範圍

北一女中九十學年度第一學期第一次段考高三文組數學科答案

[選擇題 3 題,每題 5 分,共 15 分]

1	E	2	A.D	3	B.C.E
---	---	---	-----	---	-------

[填充題 14 格,每格 5 分,共 70 分]

1. -2	2(1) $x=2$ 或 $\frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$	2(2) $-3 < x \leq 2$	3. $x > -3$
4. $-\frac{3}{8} \leq x < -\frac{1}{5}$	5. $x \geq 1$ 或 $x \leq -3$	6. $3 \leq a < 6$	7. $a > \frac{1}{3}$
8(大) $\frac{9}{4}$	8(小) 2	9. $0 \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$ 或 $\frac{11\pi}{6} \leq x < 2\pi$	10. $a = \sqrt{3}$ $b = -\sqrt{3}$
11. $a = \sin^{-1} \frac{1}{4}$ 或 $\pi - \sin^{-1} \frac{1}{4}$	11. $b = \frac{17}{8}$		

[計算題 2 題,共 15 分]

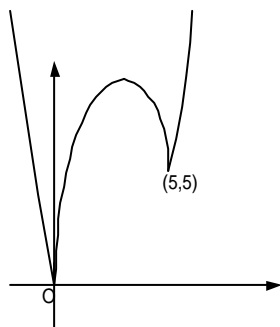
1. 設 $x > 1, y > 1$, 且 $2 \log_x y - 3 \log_y x + 5 = 0$, 求 $x^2 - 6y^2$ 的最小值(7 分)

$$\log_x y = \frac{1}{2} \text{ 或 } -3 \text{ (不合)}$$

所求 = -9

2.(1) 作圖 $f(x) = |x^2 - 5x| + x$

(2) 若 $|x^2 - 5x| + x = k$ 有兩個相異實根, 求 k 值範圍



$$0 < k < 5 \text{ 或 } k > 9$$