

北一女中九十學年度第一學期第一次段考高三理組數學科試題

一、單一選擇題：(每題 4 分，共 16 分)

1. 以下有三筆資料 P_1, P_2, P_3 ，其變異係數分別為 CV_1, CV_2, CV_3 ，則下列大小關係何者正確？

$P_1: 3, 4, 2, 1, 5, 7, 6, 8, 9, 10$ $P_2: 10, 10, 1, 1, 1, 10, 10, 10, 1, 1$ $P_3: 6, 5, 6, 5, 6, 5, 6, 5, 6, 5$

- (A) $CV_1 > CV_2 > CV_3$ (B) $CV_1 > CV_3 > CV_2$ (C) $CV_3 > CV_2 > CV_1$ (D) $CV_2 > CV_1 > CV_3$
 (E) $CV_2 > CV_3 > CV_1$ 。

2. 某校高三有 1000 位學生，第一次段考數學成績平均為 68 分，標準差為 5 分；英文成績平均為 75 分，標準差為 7 分。已知甲生此次段考數學考 63 分，英文考 82 分；假設此次兩科的成績均呈常態分配，則該生這兩科成績在全校的排名，下列敘述何者正確？

- (A) 英文排名約 200 名 (B) 英文排名約 180 名 (C) 數學排名約 680 名 (D) 數學排名約 840 名 (E) 英文排名與數學排名相同。

3. 某次音樂比賽中，三位評審甲、乙、丙，對六位參賽者之評分如下表所示：

評審	參 賽 者					
甲	18	16	18	16	16	18
乙	17	15	17	15	15	17
丙	14	13	14	13	13	14

若甲與乙，甲與丙，乙與丙之相關係數分別為 r_1, r_2, r_3 ，則下列式子何者正確？

- (A) $0 < r_1 < 1$ (B) $r_1 < r_2$ (C) $r_2 = r_3 < 1$ (D) $r_1 = r_3$ (E) $r_2 > r_3$ 。

4. 已知有 40 筆 (x_i, y_i) 的資料， $\sum_{i=1}^{40} x_i = 3000$ ， $\sum_{i=1}^{40} y_i = 2720$ ，其標準差分別為 $s_x = 4$ ， $s_y = 2$ ，

且相關係數 $r = 0.8$ ，則 y 對 x 所做的迴歸直線為 (A) $y = 0.8x$ (B) $y = 0.8x + 68$

(C) $y = 0.8x + 38$ (D) $y = 0.4x + 38$ (E) $y = 0.4x + 68$ 。

二、填空題：(每格 6 分，共 66 分)

1. 已知一箱子中有 15 個燈泡，其中有 5 個為壞燈泡；現在逐一檢查，則檢查到第 5 個時，是第 3 個壞燈泡的機率為_____ (A)_____。

2. 有甲、乙、丙三個袋子，甲袋中有 3 個白球，4 個黑球；乙袋中有 2 個白球，3 個黑球；丙袋中有 1 個白球，4 個黑球。今任選一袋，然後再由此袋中任取一球，(1)則此球為白球的機率為_____ (B)_____；(2)若在此球為黑球的條件下，此球是取自乙袋的機率為_____ (C)_____。

3. 連擲一顆公正骰子 5 次，各次出現的點數依次為 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ，則滿足

$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + \dots + (x_5 - 2)^2 = 3$ 的機率為_____ (D)_____。

4. 一袋中有 4 個白球，3 個紅球，由甲、乙兩人輪流取球，每次取一球不再放回，先取到紅球者獲勝；今由甲先取，則乙獲勝的機率為_____ (E)_____。

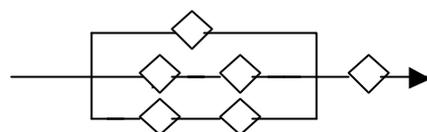
5. 利用坐標軸平移，將原點 $(0, 0)$ 平移至 (h, k) ，使得 $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 2x + 4y - 23 = 0$ 平移後新方程式的一次項消失，則新原點 $(h, k) =$ _____ (F)_____。

6. 甲、乙、丙三個射手同射一個靶面，設甲、乙、丙的命中率分別為 $\frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ 。若每人命中靶面的事件為獨立事件，則在恰有 2 人命中靶面的條件下，甲未命中的機率為 (G) 。

7. 右圖為一個系統的設計是由並聯與串聯組合而成

若每個單元都是獨立運作且能運作的機率均為 $\frac{3}{4}$

求此系統可以運作的機率為 (H) 。



8. 有六位同學的身高(x 公分)與體重(y 公斤)的資料如下:

身高(公分)	160	158	163	166	155	170
體重(公斤)	48	51	52	58	54	61

試求 (1) 身高(x 公分)的變異係數 CV 為 (I) ；

(2) 身高(x 公分)與體重(y 公斤)的相關係數為 (J) ；

(3) 體重(y 公斤)對身高(x 公分)的迴歸直線方程式為 (K) 。

(以上答案請計算至小數點後第二位；已知 $\sqrt{30} = 5.477$ ； $\sqrt{19} = 4.358$)

三、計算證明題:(每小題 6 分，共 18 分)

1. 有 n 筆 (x_i, y_i) 的資料，其相關係數為 $r_{x,y}$ ；若 $u_i = ax_i + c$ ， $v_i = by_i + d$ ，其中 a, b, c, d 為非零的常數，且 $ab > 0$ ，則此 n 筆 (u_i, v_i) 新資料的相關係數 $r_{u,v} = r_{x,y}$ ，試證明之。

2. (1) 已知二次曲線 $\Gamma: g(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ ，試證明:當 $b^2 - 4ac \neq 0$ 時，可移軸到新原點 $O'(h, k)$ ，使得 Γ 的新方程式消去一次項，化簡成 $ax'^2 + bx'y' + cy'^2 + f' = 0$ 。

(其中 $f' = ah^2 + bhk + ck^2 + dh + ek + f$)

- (2) 試利用(1)小題之結論將曲線 $\Gamma: 3x^2 + 4xy + 2y^2 + 8x + 4y + 6 = 0$ 平移坐標軸，使得新方程式沒有一次項，並求此曲線 Γ 的新方程式。

北一女中九十學年度第一學期第一次段考高三理組數學科答案

高三____班 ____號 姓名_____

一、 單一選擇題：(每題 4 分，共 16 分)

1.	2.	3.	4.
D	D	D	D

二、 填空題：(每格 6 分共，66 分)

A	B	C	D	E	F
$\frac{90}{1001}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{7}{23}$	$\frac{5}{486}$	$\frac{13}{35}$	(1, -2)
G	H	I	J	K	
$\frac{2}{9}$	$\frac{2925}{4096}$	3.38%	0.72	$y = -48.06 + 0.63x$	

三、 計算證明題：(每小題 6 分，共 18 分)

1. 略	2.(1) 略
	2.(2) 新方程式為： $3x'^2 + 4x'y' + 2y'^2 = 0$